ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТОВ

С.С. Белявский, С.Г. Мулярчик (г. Минск, Беларусь)

Рассматривается двухточечные краевые задачи для неоднородной линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с нулевыми граничными условиями трех типов:

1. условиями Дирихле;

2. смешанными условиями, когда на одном конце задается значение решения, на другом - значение его производной;

3. общими условиями, когда для одной части компонент решения заданы условия Дирихле, для другой части компонент решения заданы условия Неймана, для остальных - смешанные условия.

Приближенное решение линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений ищется по методу Галеркина в виде разложения по операторным скейлинг-функциям на некотором уровне разрешения. Операторные скейлинг-функции строятся для заданного самосопряженного дифференциального оператора с учетом краевых условий. Для условий Дирихле операторная скейлинг-функция представляет свертку исходной скейлинг-функции с конечным носителем и ее характеристической функции, что гарантирует выполнение нулевых условий на концах. Для условий смешанного типа и условий Неймана выполнение граничных условий операторной скейлинг-функции обеспечивается вычислением обращения корня квадратного из самосопряженного оператора дифференциального уравнения при соответствующем выборе нижнего предела интегрирования. В этом случае матрица метода Галеркина является разреженной с ненулевыми элементами расположенными на главной диагонали и диагоналях параллельных ей, количество их зависит от числа искомых функций, входящих в каждое уравнение, и длины носителя вейвлета. Уточнение решения осуществляется посредством дальнейшего разложение решения по операторным вейвлетам, что позволяет также оценить погрешность, вычисляя коэффициенты данного разложения.

При дискретизации уравнений переноса методом прямых получается линейная система обыкновенных дифференциальных уравнений, каждое уравнение которой зависит не более чем от трех искомых функций, что обеспечивает узкую полосу ненулевых элементов матрицы метода Галеркина.