

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТРИЧНОГО АНАЛИЗА: "ФУНКЦИИ ОТ МАТРИЦ"

Ширяев В. М., Мазаник С. А., Размыслович Г. П. (Беларусь, Минск)

Одним из важных аспектов применения матричной техники к дифференциальным уравнениям является вычисление значений функций от матриц. Это оказывается трудным для студентов как в смысле постижения теории, так и применения её к практическим вычислениям. Дело усугубляется труднодоступностью, неполнотой или разбросанностью по разным местам литературы по этой теме. Авторы сделали попытку оказать студентам помощь изданием методического руководства "Функции от матриц".

В первой части обосновывается способ нахождения значения функции от матрицы как значения многочлена от матрицы, причем функция должна быть определена на спектре матрицы. При этом подробно доказывается интерполяционная формула Эрмита, доказательство которой связано с определенными трудностями.

Далее подробно рассказывается о компонентах матрицы, приводятся соответствующие примеры. Прослеживается связь с заданием функции посредством ряда. Особое внимание уделяется вычислению матричной экспоненты. В частности, предлагается способ сводящий вычисление матричной экспоненты к построению решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Последующее построение коэффициентов представления матричной экспоненты как многочлена от матрицы производится с помощью рекуррентных соотношений, аналогичных соответствующим соотношениям схемы Горнера.

Излагается также метод вычисления частной суммы экспоненциального ряда. Суть этого метода состоит не в усечении бесконечного ряда, а основывается на классических результатах теории многочленов и по числу операций является достаточно эффективным.