МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

МОДИФИЦИРОВАННЫЕ МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ВЕКТОРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Альсевич Л. А., Булатов В. И., Филипцов А. В. (Беларусь, Минск)

Одним из основных методов решения стационарных линейных векторных уравнений $\dot{x} = Ax$, $x \in \mathbb{R}^n$, где A — действительная матрица порядка n, является матричный метод, причем общее решение определяется по формуле $x(t) = \Phi(t)C$, где $\Phi(t)$ — фундаментальная (базисная) матрица, C — произвольный n-мерный вектор. Однако теоретически простая идея построения матрицы $\Phi(t) = \exp(At)$ наталкивается на не всегда легкую практическую задачу построения матричной экспоненты. Классический метод построения $\exp(At) = S\exp(Jt)S^{-1}$ основан на использовании жордановой нормальной формы J матрицы A, где S — матрица, трансформирующая матрицу A к матрице J. Этот метод на практике хорошо работает в случае простых действительных собственных значений матрицы A. В случае же наличия кратных действительных собственных значений матрицы A вычислительный процесс оказывается достаточно объемным и трудоемким. Кроме того, при наличии комплексных собственных значений матрицы A вычислительный процесс еще более усложняется, так как вначале приходится, как правило, строить комплекснозначные решения, а затем выделять у них действительные и мнимые части.

В докладе предлагаются модифицированные методы построения экспоненты матрицы свободные, в определенном смысле, от указанных выше недостатков.

1. Способ [1] построения действительного общего решения рассматриваемого дифференциального уравнения при наличии комплексных собственных значений матрицы A, не требующий оперирования комплексными матрицами, состоящий в том, что указанные решения находятся по формуле $x(t) = \tilde{S}\exp(\tilde{J}t)C$, $C \in \mathbb{R}^n$, где $\tilde{J}$ — действительная матрица специального вида, $\tilde{S}$ — действительная матрица трансформирующая A к $\tilde{J}$.

2. Способ [2] построения $\exp(At)$, который работает при наличии произвольных собственных значений матрицы и требует минимальных вычислительных затрат при наличии кратных действительных собственных значений матрицы A. Этот метод использует свойства корневых

подпространств линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе совпадает с A.

3. Способ [3] построения $\exp(At)$, основанный на свойствах аннулирующих многочленов матрицы A. Идея этого способа принципиально отличается от предыдущих, так как требует построения определенных функций, через которые выражается $\exp(At)$, причем одна из функций является функцией Коши линейного стационарного оператора, определяемого аннулирующим многочленом матрицы A. Остальные функции определяются рекуррентными формулами.

Литература. 1. Альсевич Л.А., Апатенок Р.Ф., Мазаник С.А., Черенкова Л.П. // Деп. в БелНИИТИ 04.07.83, № 693 Бе-Д83. **2.** Булатов В.И., Мазаник С.А. // Деп. в БелНИИТИ 04.07.83, № 709 Бе-Д83. **3.** Мазаник С.А., Сыроид И.Ю. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер1. 1992. № 1. С. 41 – 44.