

**О НЕКОТОРЫХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛАХ
ДЛЯ ФУНКЦИЙ ДВУХ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Тарасевич А.В., Янович Л.А. (Беларусь, Минск)

Пусть $Y = (X_1, X_2)$, где X_1, X_2 — множества квадратных матриц одинаковой размерности, а $F: Y \rightarrow Z$, где Z — множество матриц той же размерности, и $(A_v, B_v) — (A_v \in X_1, B_v \in X_2) — узлы интерполяции$ такие, что матрицы $(r_{ik}, r_{ik}) = (A_k - A_i)^2 + (B_k - B_i)^2$ при $i \neq k$ обратимы ($i, k = 0, 1, \dots, n$).

Введем обозначение $l_k(A, B) = \prod_{\substack{v=0, \\ v \neq k}}^n (r_v, r_{vk}) \prod_{\substack{v=0, \\ v \neq k}}^n (r_{n-v, k}, r_{n-v, k})^{-1}$, где $(r_v, r_{vk}) = (A - A_v)(A_k - A_v) + (B - B_v)(B_k - B_v)$.

Тогда $L_n(A, B) = \sum_{k=0}^n l_k(A, B)F(A_k, B_k)$ будет интерполяционным матричным многочленом суммарной степени не выше n , то есть $L_n(A_v, B_v) = F(A_v, B_v)$ ($v = 0, 1, \dots, n$).

Рассмотрим случай прямоугольных матриц, при этом размеры матриц должны быть согласованы с проводимыми операциями над этими матрицами.

Пусть S_{lr} и S_{rl} будут $l \times r$ - и $r \times l$ -матрицы ($r \geq l$) следующего вида:

$$S_{lr} = \begin{bmatrix} E_l & \\ & O_{l, r-l} \end{bmatrix} \text{ и } S_{rl} = \begin{bmatrix} E_l \\ & O_{l, r-l} \end{bmatrix},$$

где E_l — единичная квадратная матрица порядка l , а $O_{l, r-l}$ и $O_{r-l, l}$ — нулевые матрицы указанных размерностей. Положим

$$\begin{aligned} w_0(A, B) &= (A - A_1)(B_1 - B_2) - (A_1 - A_2)(B - B_1), \\ w_1(A, B) &= (A - A_0)(B_2 - B_0) - (A_2 - A_0)(B - B_0), \\ w_2(A, B) &= (A - A_0)(B_0 - B_1) - (A_0 - A_1)(B - B_0) \end{aligned}$$

и пусть $D_1 D_2$ и $M_k N_k$ — скелетные разложения матриц D и $F(A_k, B_k)$ ($k = 0, 1, 2$) соответственно, а r и l_k — ранги матриц D и $F(A_k, B_k)$.

Тогда если $l_k \leq r$, то

$$L_1(A, B) = \sum_{k=0}^2 F(A_k, B_k) N_k^+ S_{l_k r} D_1^+ w_k(A, B) D_2^+ S_{r l_k} M_k^+ F(A_k, B_k)$$

будет интерполяционным многочленом первой степени для $F(A, B)$ по узлам (A_k, B_k) ($k = 0, 1, 2$). Здесь N_k^+ , D_1^+ , D_2^+ , M_k^+ — псевдообратные матрицы к N_k , D_1 , D_2 , M_k соответственно. Построены интерполяционные матричные многочлены такого же вида произвольной фиксированной степени.

Ряд других формул по интерполяции функций от матриц имеется в книге [1].

Литература. 1. Макаров В.Л., Хлобыстов В.В., Янович Л.А. Интерполирование операторов. Киев, "Наукова думка", 2000. – 407с.