КРИТЕРИИ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Валеев К.Г., Джалладова И.А. (Украина, Киев)

Элементарные свойства монотонных операторов в полуупорядоченном пространстве позволяют дать новый вывод критериев асимптотической устойчивости стохастических систем, получаемых обычно с помощью метода функций Ляпунова. Получены необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости в среднем квадратичном стохастических систем дифференциальных и разностных уравнений.

Пусть M — полуупорядоченное банахово конечномерное линейное пространство. Предполагается, что в M справедлива теорема Вейерштрасса, то есть монотонно возрастающая ограниченная последовательность имеет предел.

Рассматривается система стохастических дифференциальных уравнений

$$dX(t) = AX(t)\,dt + \sum_{s=1}^{N} A_s X(t)\,dw_s(t),\ \dim X = m\times 1,\ \dim A = m\times m. \quad (1)$$

где $w_s(t)$ $(s = 1, ..., N)$ — независимые винеровские процессы. Доказаны следующие результаты:

Теорема 1. *Для того чтобы система уравнений (1) имела асимптотически устойчивое в среднем квадратичном нулевое решение необходимо и достаточно чтобы при некоторой матрице $B > 0$, (матрица B из M) матричное уравнение*

$$B + AC + CA^* + \sum_{s=1}^{N} A_s C A_s^* = 0 \quad (2)$$

имело решение $C > 0$.

Теорема 2. *Для того чтобы нулевое решение системы стохастических дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом*

$$dX(t) = AX(t)\,dt + \sum_{s=1}^{N} A_s X(t-\tau_s)\,dw_s(t), \quad \tau_s \geq 0,\ \dim X = m\times m$$

было асимптотически устойчиво в среднем квадратичном необходимо и достаточно чтобы при $B > 0$ матричное уравнение (2) имело решение $C > 0$.

Литература. 1. Кореневский Д.Г. Устойчивость детерминированных и стохастических дифференциально-разностных уравнений. – Киев: Навукова думка, 1992. – 148 с.

ГРУППА $G_0(A \times A)$

Ведерников С.В. (Беларусь, Минск)

Пусть (G, A) — глобальная пара, A — полугруппа эндоморфизмов группы G. $G_0(A \times A)$ — группа отображений

$$f = A \times A \to G = (\Phi, \Psi) \to d(\Phi, \Psi),$$

в котором структура группы определяется по общему правилу:

$$f \circ g(\Phi, \Psi) = f(\Phi, \Psi) g(\Phi, \Psi) \tag{1}$$

Введем в $G_0(A \times A)$ структуру G — пространства по аналогии с [2]: $T_a(f)[\Phi, \Psi] = \Phi(a) f(\Phi, \Psi) \Psi(a^{-1})$. Если $A = \{\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_n\}$ — конечное множество, то действие группы в G — пространстве $G_0(A \times A)$ можно записать в матричном виде

$$T_a(f) = (\Phi_1(a)\Phi_2(a)...\Phi_n(a)) \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1(a)^{-1} \\ \dots \\ \Psi_n(a)^{-1} \end{pmatrix},$$

$\alpha_{ij} = f(\Phi_i, Psi_j)$.

Теорема. $S[A \times A] = \{f | f[(\Phi, \Psi) \circ (\Phi_1, \Psi_1)] = [\Phi_1 \circ f(\Phi, \Psi)] \circ \Psi \circ$ $\circ f(\Phi_1, \Psi_1)]\}$ *— есть инвариантная часть в* $G_0(A \times A)$, $\forall \Phi, \Psi, \Phi_1, \Psi_1 \in A$. Φ_i, Ψ_i *— перестановочные эндоморфизмы.*

Выделяется условие, при котором $(A \times A)$ становится областью симметрии. На ней выделяются инвариантные G — структуры и инвариантная связность. Риманова структура определяется на частных примерах. В случае неперестановочных эндоморфизмов инвариантная структура получается факторизацией по ее нормальному делителю, что существенно обедняет построение.

Литература. 1. Б.И.Плоткин. Группы автоморфизмов алгебраических систем. М."Наука" 1996г. **2.** Ведерников В.И., Ведерников С.В. Проблемы геометрии. Т.19. 1989г. С.135—177.