К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

Пугин В.В. (Беларусь, Могилев)

В данной работе исследуется задача о периодических с периодом ω решениях матричного дифференциального уравнения Риккати вида

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + B(t)X^2 + F(t), \tag{1}$$

где $A(t)$, $B(t)\,F(t)$ — класса C ω-периодические $n \times n$-матрицы.

Примем необходимые обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau)\,d\tau,\ \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|,$$
$$\alpha = \max_t \|A(t)\|,\ \beta = \max_t \|B(t)\|,\ h = \max_t \|F(t)\|,$$
$$\varphi(\rho) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2;\ a_0 = \left(\tfrac{1}{2}\alpha\omega + 1\right)\gamma\beta\omega,$$
$$a_1 = \tfrac{1}{2}\gamma\alpha^2\omega^2,\ a_2 = \left(\tfrac{1}{2}\alpha\omega + 1\right)\gamma\omega h,$$

где $t \in [0,\omega]$, $\rho > 0$.

На основе метода [1, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω-периодического решения уравнения (1), а также разработан итерационный алгоритм построения этого решения.

Теорема. *Пусть выполнены условия*

$$\det \tilde{A}(\omega) \neq 0, \quad \varphi(\rho) \leq \rho, \quad \varphi'(\rho) < 1.$$

Тогда в области $D_\rho = \{t, x:\ -\infty < t < \infty,\ \|x\| \leq \rho\}$ ω-периодическое решение уравнения (1) существует и единственно.

Алгоритм построения периодического решения в дифференциальной форме имеет вид

$$\frac{dX_{k+1}(t)}{dt} = A(t)X_k(t) + B(t)X_{k-1}^2 + F(t), \quad k = 1, 2, ..., \tag{2}$$

где $X_0 = 0$, $X_1 = -\tilde{A}^{-1}(\omega) \int\limits_0^\infty F(\tau)\, d\tau$.

Выведен алгоритм в интегральной форме, заключающийся в построении равномерно сходящейся последовательности ω-периодических матриц-функций. Изучены вопросы сходимости, скорости сходимости полученного алгоритма.

Литература. 1. Лаптинский В.Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Минск, 1998. 300 с.