

**ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ  
ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ СИСТЕМ**

*Булатов В.И.* (Беларусь, Минск)

Рассмотрим стационарную систему, не разрешенную относительно производной

$$A_0 \dot{x}(t) = Ax(t) + f(t), \quad (1)$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $f(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $t \in [0; +\infty[$ ;  $A_0$  и  $A$  - вещественные  $n \times n$  - матрицы.

Систему (1) считаем регулярной, если найдется такое число  $\lambda_0$ , что

$$\det(\lambda_0 A_0 - A) \neq 0. \quad (2)$$

В случае, когда у регулярной системы (1) неоднородность  $f(t)$  является  $n$  раз дифференцируемой вектор-функцией, справедлива следующая

**Теорема.** Для того, чтобы для заданного  $n$ -вектора  $x_0$  существовала дифференцируемая вектор-функция  $x(t)$ , удовлетворяющая регулярной системе (1) с начальным условием

$$x(0) = x_0, \quad (3)$$

необходимо и достаточно, чтобы была разрешима относительно  $n$ -векторов  $x_1, x_2, \dots, x_n$  рекуррентная система  $A_0 x_{k+1} = A x_k + f^{(k)}(0)$ ,  $k = \overline{0, n-1}$ .

**Следствие 1.** Если вектор-функция  $f(t)$  является  $n$  раз дифференцируемой, то в случае выполнения условия (2) существование дифференцируемого решения  $x(t)$  системы (1), (3) равносильно существованию дифференцируемого решения  $y(t)$  системы

$$\begin{cases} A_0 \dot{y}(t) = Ay(t) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} t^k, \\ y(0) = x_0. \end{cases}$$

**Следствие 2.** Регулярная система (1) с  $n$  раз дифференцируемой неоднородностью  $f(t)$ , удовлетворяющей условию  $f^{(k)}(0) = 0$ ,  $k = \overline{0, n-1}$ , тогда и только тогда имеет дифференцируемое решение  $x(t)$ , соответствующее начальному условию (3), когда существует дифференцируемое решение  $y(t)$  соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} A_0 \dot{y}(t) = Ay(t), \\ y(0) = x_0, \end{cases}$$

т.е. [1] когда  $n$ -вектор  $x_0$  принадлежит линейному пространству, натянутому на вектор-столбцы матрицы  $((A - \lambda_0 A_0)^{-1} A_0)^n$ , где число  $\lambda_0$  определяется соотношением (2).

**Литература.** 1. Bulatov V. Sur les solutions d'un systeme differentiel non resoluble par rapport a la derivee. Cahiers mathematiques. Universite d'Oran. Fascicule № 1. Annee 1988. ORAN-ALGERIE.