# О НЕЗАМКНУТОСТИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ МНОЖЕСТВ МНОГОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НА МНОГОГРАННОМ КОНУСЕ

*Макаров Е. К.* (Беларусь, Минск)

Пусть $E = \mathbb{R}^n$ и $F = \mathbb{R}^m$, $n \geq 2$, $m \geq 1$, — конечномерные нормированные пространства, причем $E$ упорядочено с помощью выступающего (т. е. $K \cap (-K) = \{0\}$) замкнутого выпуклого телесного конуса $K$. Рассмотрим линейное многомерное вполне интегрируемое уравнение

$$y' = A(x)hy, \quad y \in F, \quad h \in E, \quad x \in U, \tag{1}$$

где $U \subset E$ – связное открытое множество, такое что множество $K \backslash U$ ограничено, $A : U \to L(E, L(F, F))$ — непрерывная и ограниченная оператор-функция.

В [1] доказано, что в случае $E = \mathbb{R}^2$, $K = \mathbb{R}^2_+$ характеристическое множество $\mathcal{M}[u] = \mathrm{Max}(\mathcal{E}(u)|K^*)$ любого решения уравнения (1) замкнуто. Но, как отмечено в [2], множество $\mathrm{Max}(Q|K)$ замкнуто для любого выпуклого $Q \subset \mathbb{R}^2$ при любом выпуклом выступающем упорядочивающем конусе $K \subset \mathbb{R}^2$. Там же приведен пример, показывающий, что уже для выпуклых подмножеств пространства $\mathbb{R}^3$ множество $\mathrm{Max}(Q|K)$ может быть незамкнутым. В [3] установлено, что если $E = \mathbb{R}^3$, $F = \mathbb{R}$, то существует такой замкнутый выпуклый выступающий телесный круговой конус $K$ и такое уравнение (1) с ограниченными на $E$ коэффициентами класса $C^\infty(E)$, что любое его решение $y$ имеет незамкнутое характеристическое множество $\mathcal{M}[y]$.

Следующее утверждение показывает, что незамкнутость характеристического множества решений уравнения (1) возможна и в том случае, когда пространство $E$ упорядочено своим положительным ортантом.

**Теорема.** *Если $E = \mathbb{R}^3$, $F = \mathbb{R}$, то существует такое уравнение (1) с ограниченными на $E$ коэффициентами класса $C^\infty(E)$, что любое его решение $y$ имеет незамкнутое характеристическое множество $\mathcal{M}[y]$ относительно положительного ортанта пространства $E$.*

В качестве такого уравнения можно взять уравнение, каждое решение которого имеет модифицированный характеристический показатель $\psi(x) = \max\{x_1 + x_2 + x_3,\ \sqrt{2}\,\|x\|\}$. Тогда характеристическое множество $\mathcal{M}[u]$ любого решения $u$ этого уравнения относительно конуса $K = \mathbb{R}^3_+$ будет иметь три разреза вдоль векторов $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ и $(0,0,1)$ с общей вершиной $(1,1,1)$ и, таким образом, будет незамкнутым.

**Литература. 1.** Грудо Э. И. //Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12, № 12. С. 2115 – 2128. **2.** Эрроу К. Дж., Баранкин Е. В., Блекуэлл Д.//Матричные игры/ Под ред. Н. Н. Воробьева. М., 1961. С. 274 – 280. **3.** Макаров Е. К.// Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 2. С. 220 – 227.