О МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЯХ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМОЙ ГАМИЛЬТОНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мататова И.В. (Беларусь, Минск)

Доклад посвящён исследованию систем двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \ldots + \alpha_6 x^3 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 x y^2 + \alpha_9 y^3 = P \\ y' = \beta_0 + \beta_1 x - \alpha_1 y + \ldots + \beta_6 x^3 - 3\alpha_6 x^2 y - \alpha_7 x y^2 - \frac{1}{3}\alpha_8 y^3 = Q \end{cases} \tag{1}$$

где $\alpha_0, \ldots, \beta_6$ - постоянные, на предмет нахождения условий мероморфности всех решений. Так как для (1) выполняется условие гамильтоновости $P'_x + Q'y \equiv 0$, то её можно записать в каноническом виде $x' = H'_y(x,y)$, $y' = -H'_x(x,y)$, где H - полином четвёртой степени по x, y с постоянными коэффициентами [1]. В статье [1] доказана теорема: "Для того, чтобы система (1) имела только мероморфные решения, необходимо выполнение условия

$$3\beta_6\mu^3 - 9\alpha_6\mu^2 - 3\alpha_7\mu - \alpha_8 = 0, \tag{2}$$

где μ удовлетворяет уравнению

$$\beta_6\mu^4 - 9\alpha_6\mu^2 - 3\alpha_7\mu - \alpha_8 = 0." \tag{3}$$

Исключив из (2) и (3) параметр μ, получим равенство, левая часть которого есть определитель седьмого порядка. Он содержит только коэффициенты исходной системы (1). Используя упрощающие линейные преобразования искомых функций и первый интеграл, система (1) приводится к виду

$$\begin{cases} U' = H'_v(U,V), \\ V' = -H'_u(U,V), \end{cases} \tag{4}$$

где $H(U,V)$ — полином третьей степени по U,V. Исключая из (4) переменную V получим обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$(U')^2 = P_4(U, C_1), \tag{5}$$

причём P_4 — полином четвёртой степени относительно U [2]. Известно, что (5) интегрируется в элементарных или эллиптических функциях [3] в зависимости от того, имеет P_4 кратные корни или нет. Более подробно первое уравнение системы (4) записывается так: $U' = A_0 + A_1U + A_2V + {}$ $+A_3U^2 + A_4UV$. Откуда $V = R(U, U')$, где R — рациональная функция своих аргументов. Т.о., мероморфность компоненты $U(z)$влечёт за собой и мероморфность компоненты $V(z)$.

Литература. **1.** Мататова И.В. // Матем. моделир. и краевые задачи: Тр. Девятой межвуз. конф. Самара, 1999. Ч.3. С.86 – 90. **2.** Мататава І.В. // Весці БДПУ. 1999, № 4. С.110 – 114. **3.** Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.