О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ МЕРОМОРФНОСТИ РЕШЕНИЙ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ГАМИЛЬТОНА

Кричавец Е.Я. (Беларусь, Минск)

Рассмотрим автономную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\partial H(x,y)}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dz} = -\frac{\partial H(x,y)}{\partial x}, \tag{1}$$

где гамильтониан $H(x,y) = \dfrac{\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y}{\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 xy + \beta_5 y^2}$, $z \in D \subset C$, $(x,y) \in \hat{C}^2$, $\dot{C} = C \cup \{\infty\}$.

Целью работы является получение условий мероморфности всех решений указанной системы Гамильтона. В работе [1] доказано, что автономная система Гамильтона вида (1), где $H(x,y) = \dfrac{P(x,y)}{Q(x,y)}$, P, Q — взаимно простые полиномы, может иметь в C только алгебраические подвижные особые точки.

От системы (1) перейдем к дифференциальному уравнению второго порядка

$$F(x, x', x'') = 0, \tag{2}$$

где F — полином относительно x, x', x''. Составим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} F(x, x', x'') = 0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial x''}(x, x', x'') = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Исключая из (3) переменную x'' (например, с помощью результанта [2]), получим дискриминантное уравнение вида

$$D_1(x, x') = 0, \tag{4}$$

где D_1 — полином своих аргументов. Далее требуем, чтобы все решения уравнения (4) были решениями уравнения (2).

Сравнивая (4) с каноническими уравнениями Брио и Буке [3], получим необходимые условия того, что компонента $x(z)$ в качестве подвижных особенностей будет иметь только однозначные полюсы. Для компоненты $y(z)$ необходимые условия находятся аналогичным образом.

Литература. 1. Мататов В.И. // Дифференц. уравнения. 1981. Т. 17. №8. с 1502 – 1503. **2.** Фукс Б.А., Левин В.И. Функции комплексного переменного и их приложения. Москва, Ленинград: ГИТТЛ, 1951. с.307. **3.** Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. Москва, Ленинград: ГИТТЛ, 1950. 436 с.