©ГГУ

КЛАССИФИКАЦИЯ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП, ЗАМКНУТЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ФОРМАЦИОННЫХ ПОДГРУПП

***В. Ф. ВЕЛЕСНИЦКИЙ*, В. Н. СЕМЕНЧУК**

The article applies the material of V.F. Velesnitsky master theses (with V.N. Semenchuk as scientific adviser). This work studies the structure of finite factorized groups. In particular, we obtained a description of the structure of finite groups G = AB, where A and B – generalized subnormal formational subgroups whose indices are coprime

Ключевые слова: формация, группа, порядок, класс

Теорема 1. Пусть π^1 и π_2 – некоторые множества простых чисел и $\mathfrak{F} = G_{\pi_1}G_{\pi_2}$, тогда любая π_2-разрешимая группа $G = AB$, где A и В $\mathfrak{F}$-подгруппы, индексы которых $|G:A|$, $|G:B|$ не делятся ни на одно простое число из π_2, принадлежит $\mathfrak{F}$.

Теорема 2. Пусть π_1 и π_2 – некоторые множества простых чисел и $\mathfrak{F} = G_{\pi_1}G_{\pi_2}$, тогда любая группа $G = AB$, где A и В $\mathfrak{F}$-подгруппы, индексы которых $|G:A|$, $|G:B|$ не делятся ни на одно простое число из π_2 и А или В $\mathfrak{F}$-субнормальная подгруппа G, принадлежит $\mathfrak{F}$.

Теорема 3. Пусть $\mathfrak{F} = G_{\pi_1}G_{\pi_2}G_{\pi_1}$, где π_1 и π_2 – некоторые множества простых чисел таких, что $\pi_1 \cap \pi_2 = \varnothing$. Если $G = AB$ – π_2-разрешимая группа, где A и В $\mathfrak{F}$-подгруппы, индексы которых $|G:A|$, $|G:B|$есть π_1-числа, принадлежит $\mathfrak{F}$.

Теорема 4. Пусть $\mathfrak{F} = G_{\pi_1}G_{\pi_2}G_{\pi_1}$, где π_1 и π_2 – некоторые множества простых чисел таких, что $\pi_1 \cap \pi_2 = \varnothing$. Тогда любая группа $G = AB$, где A и В $\mathfrak{F}$-подгруппы, индексы которых $|G:A|$, $|G:B|$есть π_1-числа и А или В $\mathfrak{F}$-субнормальная подгруппа G, принадлежит $\mathfrak{F}$.

Теорема 5. Пусть $\mathfrak{F}$ – непустая наследственная формация, тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) формация $\mathfrak{F}$ содержит любую разрешимую группу $G = AB$, где A и B $\mathfrak{F}$-субнормальные $\mathfrak{F}$-подгруппы и индексы $|G:A|$, $|G:B|$ взаимно просты;

2) любая разрешимая минимальная не $\mathfrak{F}$-группа G одного из следующих типов:

а) G – группа простого порядка q, где $q \notin \pi(\mathfrak{F})$;

б) G – бипримарная p-замкнутая группа($p \in \pi(G)$), $G_p = G^{\mathfrak{F}}$ и $\pi(G) \subseteq \pi(\mathfrak{F})$;

в) G – p-группа, где $p \in \pi(\mathfrak{F})$.

Следствие. Бипримарная группа G сверхразрешима тогда и только тогда, когда любая ее силовская подгруппа H обладает максимальной цепью $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$ такой, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простые числа для любого $i = 1, 2, \ldots, n$.

$-$

$-$

$\varphi \quad - \quad \varphi,$

$^2 \qquad ^2(\ )$

$\varphi \cdot$

$\varphi \quad \chi = P\ S\ H \ , \forall \chi \in X$

$^2(\ ) \qquad _-^2(\ )$

$= \quad , \ \in L^\infty(G)$

$\| \ \| \ \| \ \|_\infty \qquad _L \left(\varphi, \quad ^\infty \right.$.

$\chi \qquad X_-,$ X^i. При этом

$\chi \qquad ind\,\chi$.

.