ЗАДАЧА МИНИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Н. В. Зубов, В. В. Дикусар, А. В. Зубов, С. В. Зубов (Санкт-Петербург, Россия)

Рассмотрим задачу поиска минимального числа p управляющих воздействии, при которых открытая система

$$\dot{X} = AX + F(t) \tag{1}$$

может быть сделана полностью управляемой путем выбора соответствующей матрицы $B = \{B_1, \dots, B_p\}$ полного ранга, т. е. задачу минимизации структуры системы управления, при которой замкнутая система

$$\dot{X} = AX + BU + F(t) \tag{2}$$

будет полностью управляемой. Здесь A и $B = \{B_1, \dots, B_p\}$ — постоянные матрицы размера $(n \times n)$ и $(n \times p)$, $U = (u_1, \dots, u_p)^\top$ — вектор управлений $u_i \in L_2[0, T]$, $F(t) \in KC[0, T]$ — кусочно-непрерывная вектор функция, определенная на интервале $[0, T]$.

Определение. Назовем характеристикой полной управляемости системы (2) (системы (1)) величину $p = \max_{i=\overline{1,k}} p_i$, где p_i — число линейно независимых собственных векторов, соответствующих различным собственным числам λ_i, $(i = \overline{1,k})$ матрицы A. Иногда, для краткости, будем говорить о характеристике полной управляемости матрицы A.

Нетрудно видеть, что характеристика полной управляемости матрицы A совпадает с максимальной геометрической кратностью ее собственных чисел.

Теорема 1. *Если характеристика полной управляемости матрицы A равна p, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $B_1, \dots$ $\dots, B_p$, являющихся столбцами матрицы B так, что система (2) будет полностью управляемой.*

Теорема 2. *Если ранг матрицы B меньше характеристики полной управляемости матрицы A, то система (2) не является полностью управляемой.*

Следствие. *Если характеристический многочлен матрицы A совпадает с его минимальным многочленом, то система (1) может быть сделана полностью управляемой с помощью скалярного управления* [1].

Доказательство этих теорем целиком опирается на тот факт, что если характеристика полной управляемости матрицы A равна p, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $B_1, \dots, B_p$, являющихся столбцами матрицы B, так, чтобы ранг матрицы $D = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$ был равен n. Если же ранг матрицы B меньше p, то система (2) не является полностью управляемой [1].

Литература. 1. Зубов Н.В., Борунов В.П., Крылова М.Ю. // Тр. ИСА РАН: Динамика неоднородных систем. М.: ЛКИ, 2008. Т. 32(2). С. 21–31.