ЗАДАЧА СТРУКТУРНОЙ МИНИМИЗАЦИИ СИСТЕМ НАБЛЮДЕНИЯ

А. В. Зубов, В. В. Дикусар, Н. В. Зубов, А. И. Иванов
(Санкт-Петербург, Россия)

Рассмотрим линейную стационарную систему наблюдения

$$\dot{X} = AX, \quad Y = CX, \tag{1}$$

где C — постоянная матрица размера $(r \times n)$, $Y = (y_1, \ldots, y_r)^\top$ — вектор наблюдений (выходы системы).

Поставим задачу поиска минимального числа p выходов, при которых открытая система $\dot{X} = AX$ может быть сделана наблюдаемой путем выбора соответствующей матрицы C размера $(p \times n)$ полного ранга. Иногда, для краткости, будем говорить о характеристике наблюдаемости матрицы A [1].

Теорема. *Характеристика наблюдаемости матрицы A равна p, где $p = \max\limits_{i=\overline{1,k}} p_i$ (p_i – число линейно независимых собственных векторов, соответствующих различным собственным числам λ_i, $(i = \overline{1,k})$ матрицы A), т. е. всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $C_1, \ldots, C_p$, являющихся строками матрицы C так, что система* (1) *будет наблюдаемой.*

Доказательство теоремы целиком опирается на тот факт, что если величина p для матрицы A является максимальным числом линейно независимых собственных векторов, соответствующих различным собственным числам λ_i, $(i = \overline{1,k})$ этой матрицы, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $C_1, \ldots, C_p$, являющихся столбцами матрицы C, так, что ранг матрицы $V^\top = [C^\top, A^\top C^\top, \ldots$ $\ldots, (A^{n-1})^\top C^\top]$ равен n. Если же ранг матрицы C меньше p, то система (1) не является наблюдаемой.

Нетрудно видеть, что характеристика наблюдаемости матрицы A совпадает с максимальной геометрической кратностью ее собственных чисел.

Следствие. *Если характеристический многочлен матрицы* A *совпадает с его минимальным многочленом, то система* (1) *может быть сделана наблюдаемой с помощью скалярной системы наблюдения* [1].

Литература. 1. Зубов А.В., Дикусар В.В., Зубов Н.В. // **Тр. ИСА РАН.** Динамика неоднородных систем. М.: ЛКИ, 2007. **Т.** 31(2). С. 34–43.