# О РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ ГАРНЬЕ С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

*А. И. Лапуцкий (Минск, Беларусь)*

Рассматривается гамильтонова форма системы Гарнье с двумя независимыми переменными, которая является обобщением уравнений Пенлеве на случай многих переменных:

$$\frac{\partial q_j}{\partial t_i} = \frac{\partial H_i}{\partial p_j}, \quad \frac{\partial p_j}{\partial t_i} = -\frac{\partial H_i}{\partial q_j}, \quad i, j = \overline{1, 2}, \tag{1}$$

$$H_1(q_1, p_1, q_2, p_2, t_1, t_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6) =$$

$$= H_{VI}(q_1,p_1,t_1,\alpha_1+\alpha_4+\alpha_6,-\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2,\alpha_1+\alpha_5,\alpha_1+\alpha_3)+\alpha_2p_2\left(\frac{q_2(t_2-1)}{(t_1-1)(t_1-t_2)}-\right.$$

$$\left.-\frac{t_2q_1}{t_1(t_1-t_2)}+\frac{q_1q_2}{t_1(t_1-1)}\right)+\alpha_2p_1\frac{q_1-q_2}{t_1-t_2}+p_1p_2\left(\frac{2q_1q_2(t_2-1)}{(t_1-1)(t_1-t_2)}-\frac{t_1^2q_2^2+t_2^2q_1^2}{t_1(t_1-t_2)}+\frac{q_2t_1q_1^2}{t_1(t_1-1)}\right),$$

$$H_2=\pi(H_1), \pi(q_1,p_1,q_2,p_2,t_1,t_2,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6)\to$$

$$\to(q_2,p_2,q_1,p_1,t_2,t_1,\alpha_1,\alpha_4,\alpha_3,\alpha_2,\alpha_5,\alpha_6),\quad 2\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5+\alpha_6=1,$$

где $H_{VI}$ — гамильтониан для шестого уравнения Пенлеве:

$$H_{VI}(q,p,t,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)=$$

$$=\frac{1}{t-1}(p^2(q-1)q(q-t)-p(q(q-t)\alpha_4+(q-1)(q-t)\alpha_5+(q-1)q(\alpha_1-1))+(q-t)(\alpha_2+\alpha_3)\alpha_3).$$

Гамильтониан $H_{VI}$ получается из $H_1$ при следующих условиях: $H_1(q_1,p_1,0,0,t_1,0,$ $\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3,\alpha_2+\alpha_3+\alpha_5,0,\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4,0)$, где $-\alpha_1=\alpha_2+\alpha_3$ (данная замена требуется только в коэффициенте при $q_1p_1(1-q_1)$ ).

Для (1) известны преобразования Бэклунда, изоморфные бирациональным преобразованиям, составляющим аффинную группу Вейля $B_5^{(1)}$. Если известно некоторое решение исходной системы, то при помощи этих преобразований можно получить цепочки новых решений для системы (1).

**Теорема**. *Система* (1) *имеет решения:* $(q_1,p_1,q_2,p_2,t_1,t_2,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6)=$
$(t_1,0,t_2,-\frac{\alpha_1(t_1-t_2)}{t_2(t_2-1)},t_1,t_2,\alpha_1,-1,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,-\alpha_1)$,
$(t_1,0,t_2,f(t_2),t_1,t_2,\alpha_1,0,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,-\alpha_1)$,
$(t_1,-\frac{\alpha_2}{t_1+c_1\alpha_2},t_2,-\frac{\alpha_4}{t_1+c_1\alpha_2},t_1,t_2,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,-\alpha_1)$,
$(t_1,(\frac{\alpha_4}{A}+t_1-t_2)^{-1},t_2,-A,t_1,t_2,\alpha_1,-1,\alpha_3,\alpha_4,2-\alpha_1-\alpha_3-\alpha_4,-\alpha_1)$,
*где* $A=\frac{-1+\alpha_1+\alpha_3-t_2\alpha_1+t_2\alpha_4-\sqrt{4(1-t_2)t_2\alpha_1\alpha_4+(\alpha_3-1+t_2\alpha_4+\alpha_1(t_2-1))^2}}{2t_2(t_2-1)}$.

**Литература. 1.** Sasano Y. Studies On The Garnier System In Two Variables, arXiv:0704.2869//v1 [math.AG], 31 p. **2.** Suzuki T. // Funkcial. Ekvac. 2005. Vol. 48. P. 203–230.