ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ТИПА ПЕНЛЕВЕ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, КАЖДОЕ ИЗ КОТОРЫХ ИМЕЕТ n-Й ПОРЯДОК

Н. С. Березкина, И. П. Мартынов, В. А. Пронько (Гродно, Республика Беларусь)

Рассмотрим систему нелинейных дифференциальных уравнений

$$x_1^{(n)} = f_1(x_1, x_2, t), \quad x_2^{(n)} = f_2(x_1, x_2, t), \tag{1}$$

где $n \in \mathbb{N}\backslash\{1\}$, f_1 и f_2 — многочлены от x_1 и x_2, степени m и k соответственно, с аналитическими по t коэффициентами.

Найдем условия, при которых ситема (1) обладает свойством Пенлеве. При $n = 2$, $k = m$ Пенлеве-анализ системы (1) проведен в [1]. Не нарушая общности рассуждений, можем считать, что $m \geqslant k \geqslant 2$. Выполнив замену $(x_1, x_2, t) \to (\varepsilon^{-n}x_1, \varepsilon^{-n}x_2, t_0 + \varepsilon^{m-1}t)$, для (1) получим упрощенные системы

$$x_1^{(n)} = P_1(x_1, x_2, t_0), \quad x_2^{(n)} = 0, \quad \text{при} \quad k < m; \tag{2}$$

$$x_1^{(n)} = P_1(x_1, x_2, t_0), \quad x_2^{(n)} = P_2(x_1, x_2, t_0), \quad \text{при} \quad k = m, \tag{3}$$

где P_1 и P_2 — однородные степени m многочлены по x_1, x_2 с постоянными коэффициентами. Из Пенлеве-анализа системы (2) имеем, что справедлива

Теорема. *Если система* (2) *имеет свойство Пенлеве, то многочлен* P_1 *при* $n = 2$ *имеет по* x_1 *вторую или третью степень, а при* $n > 2$ *— первую степень.*

Как и в [1], систему (3) можно записать в одном из следующих видов:

$$x_1^{(n)} = \sum_{k=0}^{m-2} a_k x_1^{m-k} x_2^k + a x_1 x_2^{m-1}, \quad x_2^{(n)} = \sum_{k=0}^{m-2} b_k x_1^{m-k} x_2^k + b x_2^m; \tag{4}$$

$$x_1^{(n)} = a x_1^2, \quad x_2^{(n)} = b_0 x_1^2 + b x_1 x_2; \tag{5}$$

$$x_1^{(n)} = \sum_{k=0}^{m-3} a_k x_1^{m-k} x_2^k + a x_1^2 x_2^{m-2}, \quad x_2^{(n)} = \sum_{k=0}^{m-2} b_k x_1^{m-k} x_2^k + b x_1 x_2^{m-1}, \tag{6}$$

где $m \geqslant 3$.

Выполнив замену $(x_1, x_2, t) \to (x_1, \varepsilon^{-n}x_2, \varepsilon^{m-1}t)$, для (4) получим упрощенную систему $x_1^{(n)} = a x_1 x_2^{m-1}$, $x_2^{(n)} = b x_2^m$. Для однозначности ее решений необходимо $n = 2$, $m = 2$ или $m = 3$.

Далее проводится Пенлеве-анализ систем (5), (6) и полных систем вида (1).

Литература. 1. Березкина Н.С., Мартынов И.П., Пронько В.А. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, №1. С. 153–155.