О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ АВТОНОМНЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В. Е. Хартовский (Гродно, Беларусь)

Рассмотрим линейную автономную дифференциально-разностную систему со многими соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t - i\omega) + \sum_{i=0}^{m} B_i u(t - i\omega), t \geqslant 0, \tag{1}$$

$$x(t) = \eta(t), t \in [-h, 0], h = m\omega, u(t) \equiv 0, t < 0. \tag{2}$$

Здесь x – n-вектор решения уравнения (1), u – r-вектор управляющего воздействия (из класса кусочно непрерывных функций), A_i, B_i – постоянные матрицы соответствующих размеров. Предполагаем, что начальное состояние в (2) $\eta \in \mathrm{C}$, $\mathrm{C} = \mathrm{C}(H, \mathbb{R}^n)$ – пространство непрерывных функций.

О п р е д е л е н и е 1. Начальное состояние η в (1),(2) назовем полностью управляемым, если существуют момент времени $t_1 > 0$ и управление $u(t), t \in [0, t_1 - h]$, $u(t) \equiv 0, t > t_1 - h$, что $x(t) \equiv 0, t \geqslant t_1$. Если полностью управляемы все начальные состояния $\eta \in \mathrm{C}$, то систему (1), (2) назовем полностью управляемой.

Обозначим: $W(\lambda) = \lambda E - \sum_{i=0}^{m} A_i e^{-\lambda i\omega}$, $B(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} B_i e^{-\lambda i\omega}$. Рассмотрим множество $\Lambda = \{\lambda \in \mathbb{C} : \operatorname{rank}[W(\lambda), B(\lambda)] < n\}$. Будем предполагать, что множество Λ не пусто и состоит из конечного числа точек. В этом случае система (1), (2) не является полностью управляемой. В докладе рассматриваются две задачи управления такими системами.

1. Предположим, что задан выходной сигнал системы (1), (2)

$$y(t) = \sum_{i=0}^{m} G_i x(t - i\omega), t \geqslant 0, \tag{3}$$

где G_i – постоянные $e \times n$ матрицы.

О п р е д е л е н и е 2. Начальное состояние системы (1)-(3) назовем управляемым по выходу, если существуют момент времени $t_1 > 0$ и управление $u(t)$, $t \in [0, t_1 - h]$, такие, что имеет место равенство $y(t) \equiv 0$, $t \geqslant t_1$, при $u(t) \equiv 0$, $t > t_1 - h$. Если управляемы по выходу все начальные состояния (2), то систему (1)–(3) назовем полностью управляемой по выходу.

Одновременно с системой (1)–(3) рассмотрим систему

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{m} A'_i x(t - i\omega) + \sum_{i=0}^{m} G'_i w(t - i\omega), t \geqslant -h, \tag{4}$$

$$x(t) \equiv 0, t \in [-2h, -h],\ w(t) \equiv 0,\ t < -h \vee t > 0. \tag{5}$$

$$v(t) = \sum_{i=0}^{m} B'_i x(t - i\omega), t \geqslant h, \tag{6}$$

где v– известный выходной сигнал системы (4)-(6), $w \in \mathbf{C}$– неизвестная функция, символ "$'$ "(штрих) обозначает операцию транспонирования.

Под задачей полной идентификации системы (4)–(6) будем понимать задачу построения непрерывного оператора восстановления текущего состояния (независящего от функции w) по измерениям выходного сигнала.

В работе установлена двойственность между задачами полной управляемости по выходу и полной идентификации. Получены критерии разрешимости указанных задач, разработано конструктивное решение.

2. Рассмотрим систему (1), (2).

О п р е д е л е н и е 3. Начальное состояние η в (2) назовем управляемым, если для любого натурального числа α существуют момент времени $t_1 > 0$ и управление $u(t), t \in [0, t_1 + \alpha h]$, что $x(t) \equiv 0, t \in [t_1, t_1 + \alpha h]$. Если управляемы все начальные состояния $\eta \in$ C, то систему (1), (2) назовем управляемой.

Получен критерий разрешимости сформулированной задачи управления, предложено конструктивное решение.

Развитые методы решения сформулированных выше задач обобщены на системы в частных производных параболического типа с запаздыванием по времени.

Работа частично финансируется Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № Ф09М-177).