

СВОЙСТВА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РИККАТИ-АБЕЛЯ

В. С. НЕМЕЦ (ГРОДНО, БЕЛАРУСЬ)

Для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка типа Риккати-Абеля

$$\frac{dw}{dx} = \sum_{i=0}^n A_i(z)w^i, \quad n \geq 2 \quad (1)$$

где коэффициенты $A_i(i = \overline{1, n})$ — целые функции, изучаются вопросы существования и свойства целых решений дифференциального уравнения (1).

В этом направлении хорошо известна теорема Г. Виттиха [1] о том, что алгебраическое дифференциальное уравнение с одним доминирующим не имеет целых трансцендентных решений. В этой связи целыми решениями уравнения (1), когда $A_i(i = \overline{1, n})$ — полиномы, могут быть лишь полиномы. Методы нахождения таких решений систематически изложены в монографии В. Н. Горбузова [2].

В случае, когда коэффициенты дифференциального уравнения (1) являются обобщенными полиномами, то показывается [3], что целыми трансцендентными решениями уравнения (1) с конечным числом нулей могут быть лишь экспоненциально-полиномиальные функции.

Когда коэффициенты $A_i(i = \overline{1, n - 1})$ — целые трансцендентные функции конечно-го порядка и конечного типа, коэффициент A_n — полином, то показывается, что рост целых трансцендентных решений уравнения (1) не превосходит наибольшего роста коэффициентов уравнения (1).

Проводится дальнейший анализ свойств целых трансцендентных решений уравнения (1).

Литература

1. Виттих Г. *Новейшие исследования по однозначным аналитическим функциям*. М.: ГИФМ, 1960.
2. Горбузов В. Н. *Целые решения алгебраических дифференциальных уравнений*. Гродно: ГрГУ, 2006. // Proc. London Math. Soc., 1992. Vol. 64, no. 3. P. 579–601.
3. Горбузов В. Н., Немец В. С. *Целые функции-решения дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами* // Punime Matematike. 1988. No 3. P. 23–34.