представляет собой распределение Пуассона с параметром

$$y = t^2, \qquad y = \left(\frac{2}{\epsilon}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\epsilon}{2}\,t\right); \tag{6}$$

в первом и во втором случаях. Эти решения известны, получены другими методами.

Использование полиномов Кравчука приводит к решению, описывающему динамику семейства $N+1$-уровневых квантовых систем – осцилляторов Кравчука – с эквидистантно расположенными уровнями и с параметрами $f_n = [n(N+1-n)/N]^{1/2}$; $\epsilon_n \equiv (p-q)/\sqrt{p\,qN}$; $q = 1-p$; т. е. осцилляторы возбуждаются с произвольной частотной отстройкой, в т. ч. и в резонанс. Динамика осциллятора Кравчука характеризуется биномиальным распределением

$$\rho_n(t) = \binom{N}{n}[1-y]^{N-n}y^n;\ y(t) = \frac{1}{N}\left(\frac{2}{r}\right)^2 \sin^2\left(\frac{r}{2}\,t\right);\ r = 1/\sqrt{p\,qN} = (\epsilon^2 + 4/N)^{1/2}. \tag{7}$$

Семейство осцилляторов Кравчука содержит (при $N = 1$) двухуровневую систему – популярную в лазерной физике модель резонансной среды, а в предельном случае $N \to \infty$ содержит гармонический осциллятор.

Использование хорошо изученных q-полиномов позволяет существенно увеличить количество разнообразных квантовых систем, динамику которых можно построить в аналитической форме. Например, q-полиномы Кравчука $K_n^{(p)}(q^{-x}; p, N=2; q)$ приводят к решению для двухпараметрического семейства систем с тремя уровнями энергии и с характеристиками $f_1 = 1$; $f_2 = [q(1+pq)/(1+pq^3)]^{3/2}$. Семейство содержит системы как с неэквидистантным, так и с эквидистантным расположением уровней, возбуждаемые в условиях однофотонного или двухфотонного резонанса. Результаты можно обобщить на N-уровневые квантовые системы, используя q-полиномы Кравчука, а также другие ортогональные q-полиномы схемы Аски-Вильсона.

Ортогональные полиномы в методе (2) есть Фурье-образы амплитуд вероятности a_n, дающих полное описание когерентной динамики систем. Ортогональные полиномы, в т. ч. q-полиномы, являются адекватными математическими структурами для аналитической динамики квантовых систем, эффективным средством построения точных решений уравнений их динамики в поле излучения.

Работа поддержана БРФФИ, проект Ф09К - 036.

Литература

1. Бейтмен Г., Эрдейн А. *Высшие трансцендентные функции.* Т.2. М. Наука, 1966.

2. Гаспер Дж., Рахман М. *Базисные гипергеометрические ряды.* М.: Мир, 1993.

3. Koekoek R., Swarthouw R. F. *The Askey - scheme of hypergeometric orthogonal polynomials and its q-analogue.* arXiv:math.CA/9602214 v1 20 Feb. 1996.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОКРЫТИЯ ВЫПУКЛОГО МНОГОГРАННИКА СЕМЕЙСТВОМ ПРЯМЫХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ

Е. С. Сосюрка (Харьков, Украина)

Задачи покрытия [1] возникают в различных сферах человеческой деятельности, областях науки и техники и состоят в том, что нужно покрыть заданную область некоторым набором геометрических объектов. В литературе задачи покрытия также известны как art-gallery problem: требующие разместить некоторое число "охранников"(датчиков) так, чтобы они покрыли любой многогранник, метафорически – внутреннюю часть картинной галереи. Задачи покрытия встречаются и в системах статического инспектирования и наблюдения несколькими видами сенсоров, таких как видеокамеры, датчики расстояний и т.п. В работе рассматривается задача покрытия выпуклого многогранника набором прямых параллелепипедов разных размеров. Необходимо найти такой вектор параметров размещения набора параллелепипедов, чтобы их объединение содержало заданный многогранник. Конструктивным средством построения адекватных математических моделей являются Ф-функции [2], аналитически описывающие условия покрытия, и Г-функции теории покрытия [3], аналитически описывающие отношения семейства транслированных покрывающих параллелепипедов и области покрытия. Предлагается способ построения Ф-функций для некоторых пар геометрических объектов. Построена специальная Г-функция, зависящая от параметров размещения параллелепипедов и описывающая взаимодействие всех пар объектов [4], исследованы ее свойства. В работе построена математическая модель поставленной задачи и исследованы ее свойства. На основании этих свойств разработан метод и построен алгоритм решения поставленной задачи. Задача является многоэкстремальной и NP-сложной [5].

Разработано соответствующее математическое обеспечение для решения задачи. Приводится ряд численных примеров.

Литература

1. Daniels K., Inkulu R. An Incremental Algorithm for Translational Polygon Covering // *University of Massachusetts at Lowell Computer Science Technical Report.* 2001. No 1. P. 1–31.

2. Stoyan Yu., Scheithauer G., Pridatko D., Romanova T. Ф*-function for primary 3D objects.* // Technische Univarsitat Dresden. 2002. P. 27.

3. Stoyan Yu. *Covering a polygonal region by a collection of various size rectangles.* // Пробл. машиностроения. 2007. V. 10, No 2. C. 67–82.

4. Сосюрка Е. С. *Аналитическое описание взаимного расположения прямых параллелепипедов в задаче покрытия компактного многогранного множества.* // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» №833. 2008. C. 247–254.

5. Пападимитриу Х., Стайглиц К. *Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность.* М.: Мир, 1985.

СРЕДСТВА ДЛЯ ОПИСАНИЯ, МОДЕЛИРОВАНИЯ И СИНТЕЗА УПРАВЛЯЮЩИХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В. Я. Степанец, А. А. Вощевоз (Минск, Беларусь)

Использование все более и более совершенных средств автоматизации является необходимым компонентом создания все более и более сложных управляющих, вычислительных и других систем обработки информации. Среди программных средств, в последние десятилетия оказавших особое влияние на методику и процесс проектирования таких систем, следует назвать средства моделирования их поведенческих описаний и