ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ С ЗАДАННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ЗА СЧЕТ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ

Е. Д. Рафеенко[1], **А. В. Чигарев**[2], **М. Г. Ботогова**[2]

[1]*Белорусский государственный университет*
[2]*Белорусский национальный технический университет*
Минск, Беларусь

В статье рассматриваются вопросы математического моделирования поверхности с заданными геометрическими свойствами за счет процесса обработки. Математически проблема проектирования заданного распределения износа сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма I рода. Используя метод регуляризации для решения некорректных задач, была построена математическая модель процесса получения требуемой поверхности, которая, в свою очередь, была реализована в пользовательском приложении.

Ключевые слова: формообразование, износ, регуляризация, решение некорректных задач, ядро.

Для получения поверхности с заданным профилем необходим расчет кинематических характеристик обрабатывающего инструмента. Пусть поверхность детали обрабатывается инструментом, рабочая площадь которого мала по сравнению с характерными размерами детали. Предполагается, что силовое взаимодействие инструмента с обрабатываемой поверхностью постоянно и от времени не зависит, износ обрабатываемой поверхности происходит за счет управления скоростью поступательного движения инструмента. Распределение износа по зонам детали определяется видом функции распределения износа под инструментом в единицу времени $\varphi(r)$ и функцией времени пребывания центра инструмента по зонам детали. Движение инструмента относительно детали происходит по закону $v(x)$ ($v(x)$ – скорость), симметричному относительно соосного положения инструмента и обрабатываемой детали. Рассматривается двумерная задача. Радиус рабочей площади инструмента принимается равным R, половина длины хода центральной точки инструмента – x_m. Соотношение угловой скорости Ω детали и скорости $v(x)$ изменения эксцентриситета x выбирается таким, что обеспечивается хорошее усреднение износа вдоль каждой зоны детали (рис. 1).

Как показано в работе [1] распределение заданного профиля $y(\rho)$ по зонам плоской детали можно представить в форме интегрального уравнения I рода

$$y(\rho) = \int_0^{x_m} K(\rho, x)u(x)dx\,,\ 0 \le \rho \le x_m + R\,,\ 0 \le x \le x_m \tag{1}$$

для искомой функции $u(x)=\dfrac{1}{v(x)}$, ядро которого $K(\rho,x)$ записывается в виде

$$K(\rho,x)=\frac{4N}{\pi}\begin{cases}\int\limits_0^{\pi}\varphi(r)d\gamma & 0\le\rho\le R,\\ & 0\le x\le R-\rho\\ \int\limits_0^{\gamma_R}\varphi(r)d\gamma & 0\le\rho\le R,\\ & R-\rho\le x\le R+\rho\\ \int\limits_0^{\gamma_R}\varphi(r)d\gamma & R\le\rho\le x_m-R\\ & \rho-R\le x\le \rho+R\\ \int\limits_0^{\gamma_R}\varphi(r)d\gamma & x_m-R\le\rho\le x_m+R\\ & x_m-R\le x\le x_m\\ 0 & \text{во всех остальныхточках,}\end{cases}$$

где $r=\sqrt{x^2+\rho^2-2x\rho\cos\gamma}$, $\gamma_R=\arccos\dfrac{x^2+\rho^2-R^2}{2x\rho}$.

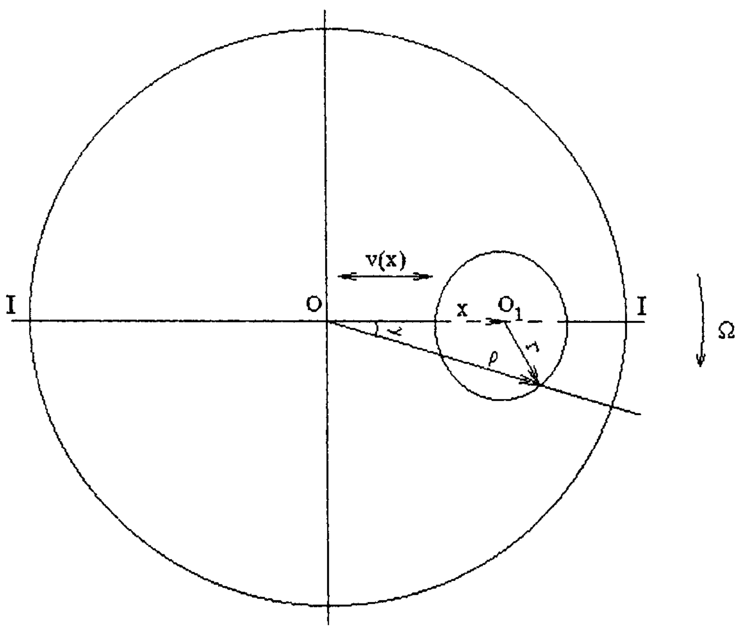

Рис. 1. Схема шлифовки детали малоразмерным инструментом (вид сверху)

Данная задача является некорректной. Для ее решения был выбран метод регуляризации Тихонова [2]. Уравнения для слабой регуляризации и регуляризации I порядка объединяются в уравнение вида

$$\alpha\{u(x)-m[2x\frac{du(x)}{dx}+x^2\frac{d^2u(x)}{dx^2}]\}+\int_0^{x_m}Q(x,s)u(s)ds=\Phi(x)\,,\quad 0\le x\le x_m\,, \tag{2}$$

$m=0$ – слабая регуляризация,

$m=1$ – регуляризация I порядка, $u'(0)=u'(x_m)=0$,

$$Q(x,s)=\int_0^{x_m+R}K(\rho,x)K(\rho,s)d\rho\,,\ \Phi(x)=\int_0^{x_m+R}K(\rho,x)\eta(\rho)d\rho\,.$$

В уравнении (2) интеграл заменялся квадратурной формулой, а производные – конечными разностями. Полагая $x=x_j,(j=1,2,...,n)$, где x_j – узлы квадратурной формулы, получим систему линейных алгебраических уравнений для $u(x_j)$:

$$\alpha\{u(x_j)-m[2x_j\frac{u(x_{j+1})-u(x_{j-1})}{2h}+x_j^2\frac{u(x_{j+2})-2u(x_j)+u(x_{j-2})}{(2h)^2}]\}+\sum_{k=1}^{n}A_kQ(x_j,x_k)u(x_k)=\Phi(x_j),$$

A_k – коэффициенты квадратурной формулы.

Если профиль детали $y(\rho)$, а также функция распределения износа $\varphi(r)$, входящая в ядро, определены экспериментально в конечном числе точек, то в остальных точках они должны быть проинтерполированы. Функция $\varphi(r)$ интерполируется с помощью естественного кубического сплайна.

Рассмотренная модель была реализована на языке программирования JAVA с использованием технологии апплетов. Приложением используются следующие классы, позволяющие производить нужные расчеты: Matrix, CubicSpline, Modeling.

При старте приложения пользователю предоставляется окно, состоящее из нескольких панелей, позволяющее ввести необходимые данные для решения поставленной задачи. Навигация по панелям осуществляется при помощи кнопок «Next» и «Previous». На первой панели предлагается ввести параметры, определяющие размеры и точность вычисления ядра интегрального уравнения. Следующий шаг – ввод радиуса рабочей площади инструмента и данных для вычисления функции распределения износа детали под действием инструмента в единицу времени. Исходные данные подгружаются из соответствующих файлов. Файлы с именами RR и FI имеют текстовый формат и должны располагаться в одном каталоге с приложением. Поддерживаются возможности сохранения данных в файл и условной визуализации детали и инструмента.

На третьей панели находится поле для ввода номеров строк ядра интегрального уравнения, требуемых для отображения, и кнопки для вычисления ядра интегрального уравнения и отрисовки графиков значений выбранных строк (рис. 2).

Далее запрашиваются данные для вычисления функции распределения износа по площади детали. Исходные данные подгружаются из соответствующих файлов. Файлы с именами P и Y имеют текстовый формат и должны располагаться в одном каталоге с приложением. Поддерживается возможность сохранения данных в файл. Также имеется кнопка для подсчета и визуализации графика этой функции.

Очередное действие – ввод параметра регуляризации, который необходим для определения регуляризирующего оператора и зависит от точности исходной информации, и решение системы линейных алгебраических уравнений, которое представляет собой время задержки инструмента по зонам детали.

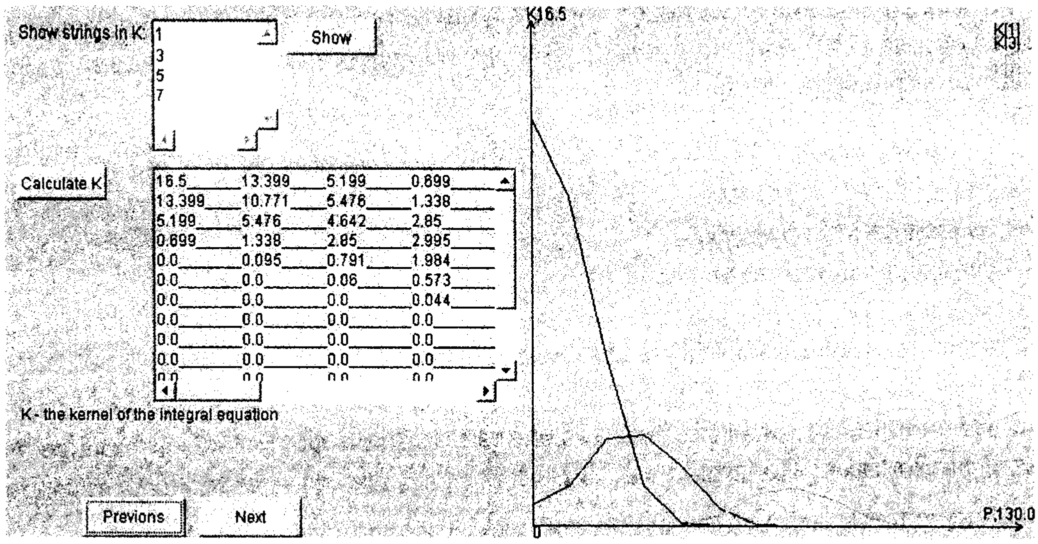

Рис. 2. Панель для вычисления ядра интегрального уравнения

Результаты расчета для различных значений параметра регуляризации α представлены на рис. 3.

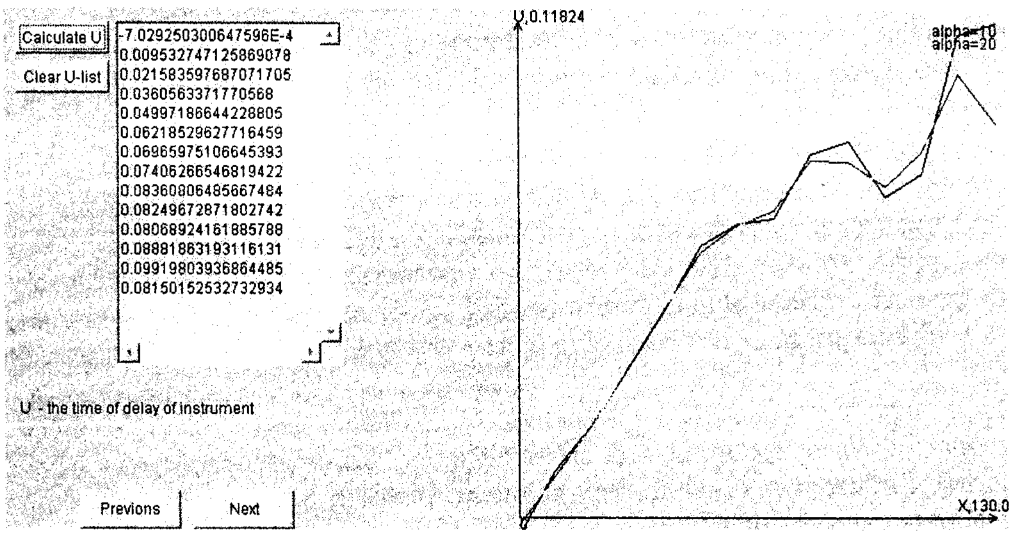

Рис. 3. Панель для вычисления времени задержки инструмента по областям детали

Кроме того, имеется возможность визуализации процесса работы инструмента (в двух видах: сверху и сбоку). Скорость процесса регулируется пользователем.

Таким образом, описываемое приложение способно производить нужные расчеты, предоставляя пользователю возможность постоянно контролировать промежуточные результаты, визуализирует графики на основе полученного решения и в итоге моделирует движение инструмента и детали с полученной временной задержкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рафеенко, Е. Д.* Математическое моделирование поверхности с заданными геометрическими свойствами / Е. Д. Рафеенко, А. В. Чигарев // Трение и износ. – 1997. – Т. 18, № 1. – С. 19–24.
2. *Тихонов, А. Н.* Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. М. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 220с.