ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОЗНИЧНОЙ ТОРГОВЛИ

Н. Степанова

Томский государственный университет, ФПМК, Кафедра теории вероятностей и математической статистики
Томск, Россия
natalia0410@rambler.ru

Предложены и исследованы математические модели розничной торговли. Исследованы стратегии поведения продавца, обеспечивающие максимльную прибыль путем управления праметрами модели, в частности, ценой товара. Рассмотрены модели, допускающие и не допускающие порчу чати товара.

Ключевые слова: розничная торговля, математическая модель, прибыль, цена, вероятность, винеровский процесс, оптимизация.

1. ВВЕДЕНИЕ

Данную работу можно отнести к теории микроструктуры рынка, так как процесс торговли включает в себя изменения цены товара в зависимости от его количества, имеющегося в наличии, а также от времени, оставшегося до окончания торговой сессии. Это обеспечивает отклонение продажной цены товара от равновесной и случайные колебания цены товара у разных продавцов. Разработаны модели торговли и составлен комплекс из девяти соответствующих программ, позволяющих применить новые технологии в торговле, а также в деле обеспечения необходимыми препаратами в периоды вирусных эпидемий, в частности, эпидемий клещевого энцифалита.

В розничной торговле бизнесменам приходится учитывать не только свои интересы, но и интересы покупателей. Модели и составленные по ним программы используют следующие идеи:

1) распродать к концу торговой сессии весь скоропортящийся товар,
2) получить при этом максимальную прибыль.

Эти две проблемы решаются снижением цены во время торговой сессии.

Отдельно рассматриваются модели и соответствующая им группа программ, где допускается порча части товара.

При обучении студентов на экономических факультетах необходимо знакомить их с новейшими разработками в области модернизации торговли. Овладение предложенными программами позволит будущим специалистам эффективно управлять собственным бизнесом, избежать порчи товаров и связанных с этим убытков.

Рассмотрим подробнее реализацию на практике наших моделей и работу продавца. В первой группе моделей (случайная величина – размер отдельной покупки какого-либо товара) весь объем товара реализуется к концу торговой сессии. Разница лишь в скорости снижения цены (модели 1, 2, 5). Если сравнивать максимальные прибыли, то наиболее выгодна 2-ая модель, где цена снижается по линейному закону. Продавец рассматривает, какое количество товара Q_t осталось у него к моменту времени t, и в соответствии с этим рассчитывает цену $c(t)$. Можно заранее составить таблицы или начертить график зависимости $c(t)$ и, посмотрев на время и оставшееся количество товара, каждый час или два-три назначать новую цену.

Во второй группе моделей (модели 6 и 7) случайная величина – общее количество товара x, закупленное для торговой сессиии. В этих моделях используется набор значений для партий товаров, которые получены из статистического обследования одного или нескольких магазинов. Для расчета максимальной прибыли необходимо вычислить следующие характеристики: математическое ожидание m_x величины закупленного товара на торговую сессию и стандарт σ_x той же величины. Программы 6 и 7 выполняют эту задачу.

Третья группа моделей допускает возможность того, что часть товара испортилась, и требуются затраты на его утилизацию (модели 3, 4, 8, 9). Рассмаотриваются две возможности: товар продается по постоянной цене (модель 3), цена товара меняется в зависимости от количества испортившегося товара (модели 4, 8, 9). Владелец товара ставит перед собой проблему, что ему выгоднее: продать весь товар по более низкой цене или продавать товар по более высокой цене, но допустить порчу части товара. Задав исходные данные (количество товара в момент начала продажи, длину торговой сессии), он может предварительно просчитать, какую часть товара можно пустить на утилизацию. По мере продажи товара продавец смотрит, сколько осталось товара, и снижает цену. Можно зафиксировать максимальную долю товара, который может испортится, и снижать цену в зависимости от количества оставшегося товара в момент времени t.

Предложенные модели и, соответственно, сделанные по ним программы позволяют описывать и другие процессы, где количество некоторого объекта убывает со временем в зависимости от какого-либо фактора, например, при борьбе с вирусными заболеваниями. Численность заболевших снижается в зависимости от количества профилактически сделанных прививок или принятых лекарств, и важно бывает оценить оптимальное количество необходимых лекарств, например, в случае эпидемии клещевого энцифалита или болезни Лайма.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ

Остановимся подробнее на описании моделей [2]. Рассмотрим первый класс моделей. В торговую точку завозится партия товара объёмом Q_0, которая должна быть продана в течении торговой сессии T. Пусть d – оптовая цена единицы этой продукции, так что $Q_0 d$ - это сумма, которую заплатил будущий розничный продавец. В розничной продаже этот товар будет продаваться по по цене $c(t)$ в зависимости от времени продажи t и объема $Q(t)$ продукции, не реализованной к этому времени. Поставленная задача – так управлять ценой, чтобы к концу торговой сессии T вся продукция была реализована и получена максимальная прибыль.

Рассмотрим модель 1. Модель описывается уравнением

$$a_1\lambda(c(t)) = k\frac{Q(t)}{T-t}\,, \tag{1}$$

где t – текущее время, a_1 – математическое ожидание величины покупки, λ – поток покупателей, который является функцией цены c, в свою очередь являющейся функцией времени, k – некоторый коэффициент, который потом оптимизируется.

Впервые подобная модель была применена в работе [1], где коэффициент $k = 1$. Модель основана на пропорциональности средней и мгновенной скоростей. Используя диффузную аппроксимацию процесса $Q(t)$, получим процесс изменения $Q(t)$ со временем в виде

$$dQ(t) = -\frac{kQ(t)}{T-t}dt + \sqrt{\frac{a_2}{a_1}k\frac{Q(t)}{T-t}}dw(t)\,, \tag{2}$$

где a_2 – математическое ожидание квадрата покупки, $w(t)$ – стандартный винеровский процесс. Усредняя по торговым сессиям, получим дифференциальное уравнение для среднего значения $Q(t)$, то есть для $\overline{Q}(t)$. Решая его, получим закон изменения $\overline{Q}(t)$ со временем,

$$\overline{Q}(t) = Q_0\big(1-\frac{t}{T}\big)^k\,.$$

Зависимость потока покупателей λ аппроксимируется формулой

$$\lambda = \lambda_0 - \lambda_1\frac{c-c_0}{c_0}\,, \tag{3}$$

где c_0 – максимальная цена, $\lambda_0 = \lambda(c_0)$. Сопоставляя уравнения (2) и (3), получаем закон изменения цены со временем

$$c = c_0\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{k\overline{Q}(t)}{a_1\lambda_1(T-t)}\right).$$

Подсчитаем среднюю выручку S за весь период торговой сессии T

$$S = \int\limits_0^T M\{ca_1\lambda(c)\}dt\,,$$

и, проинтегрировав, получим

$$S = c_0\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)Q_0 - \frac{c_0a_2Q_0}{{a_1}^2\lambda_1T}\,k^2\left(\frac{1}{k-1}-\frac{1}{2k-1}\right) - \frac{c_0Q_0^2}{a_1\lambda_1T}\,\frac{k^2}{2k-1}\,.$$

Оптимизируя это выражение, найдем, что параметр k должен лежать в пределах $1 < k <\ 2.366$, при этом средняя выручка максимальна. Прибыль подсчитывается по формуле $P = S - d\cdot Q_0$. В результате оптимизации по Q_0 получаются формулы для P и Q_0, которые потом и программируются:

$$P = \int\limits_0^T M\{ca_1\lambda(c)\}\,dt - d\,Q_0\,,$$

$$Q_0 = \frac{a_1 \lambda_1 T}{2} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{d}{c_0}\right) \frac{2k-1}{k^2} - \frac{a_2}{2a_1} \frac{k}{k-1} \, .$$

Рассмотрим подробнее модель 5. Первоначальные данные те же самые: Q_0, T, d, a_1, a_2, c, λ. Меняется сама модель, то есть меняется соотношение между средней и мгновенной скоростями продажи товара. Теперь это соотношение выглядит так:

$$a_1 \lambda(c(t)) = \frac{Q(t)}{T\left(1 - \dfrac{t}{T}\right)^{\gamma}} \, , \quad \gamma \neq 1 \, .$$

После процедур, описанных ранее, получается другой закон для величины $\overline{Q}(t)$,

$$\overline{Q}(t) = Q_0 \, \mathbf{e}^{\dfrac{1}{1-\gamma} \left[\left(1 - \dfrac{t}{T}\right)^{1-\gamma} - 1\right]} \, ,$$

а следовательно, и другой закон изменения цены c со временем

$$c = c_0 \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\overline{Q}(t)}{a_1 \lambda_1 T \, \varphi\left(\dfrac{t}{T}\right)}\right) , \quad \varphi\left(\frac{t}{T}\right) = \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\gamma} \, .$$

После громоздских вычислений получается формула для выручки за одну торговую сессию

$$S = \frac{c_0 Q_0}{\lambda_1} \left[(\lambda_0 + \lambda_1) - \frac{1}{a_1 T} \left(Q_0 - \frac{a_2}{a_1}\right)\right] \times$$

$$\times \int_0^1 \left(\mathbf{e}^{\frac{2}{\gamma-1}(1-z^{\gamma})} + q \, \mathbf{e}^{\frac{1}{\gamma-1}(1-z^{\gamma})}\right) \frac{dz}{z^{2\gamma}} \, ,$$

$$q = \frac{a_2}{a_1 Q_0 - a_2} \, .$$

Максимизация ее по параметру γ дает набор оптимальных значений γ в зависимости от q, которые представлены в Таблице 1.

Таблица 1 **Оптимальные значения параметра** γ

q	0	0.01	0.1
γ	1	1.06	1.27

После оптимизации по Q_0 прибыли от продажи партии товара $P = S - d \cdot Q_0$:

$$P = \frac{4\lambda_1 a_1 T}{c_0 J_2}\left[\frac{c_0}{\lambda_1}\left(\lambda_0 + \lambda_1 + \frac{a_2}{a_1^2 T}(J_2 - J_1)\right) - d\right]^2,$$

$$Q_0 = \frac{2\lambda_1 a_1 T}{c_0 J_2}\left[\frac{c_0}{\lambda_1}\left(\lambda_0 + \lambda_1 + \frac{a_2}{a_1^2 T}(J_2 - J_1)\right) - d\right],$$

где

$$J_1 = \int\limits_0^1 \mathbf{e}^{\frac{1}{\gamma-1}(1-z^\gamma)}\frac{dz}{z^{2\gamma}}, \quad J_2 = \int\limits_0^1 \mathbf{e}^{\frac{2}{\gamma-1}(1-z^\gamma)}\frac{dz}{z^{2\gamma}}.$$

Сравнивая эти две модели, видим, что $\overline{Q}(t)$ меняется в модели 1 по степенному закону, а в модели 5 по экспоненциальному. Это приводит к тому, что и цена c в модели 5 в зависимости от времени будет менятся гораздо быстрее. Поскольку нет аргументов в пользу выбора той или другой модели, рассмотрим самый общий случай, который теоретически будет безупречен, так как дает наиболее правильное соотношение между средней и мгновенной скоростями [3]. Это будет модель 2, управлене розничной ценой в которой определяется соотношением

$$a_1\lambda(c(t)) = \frac{Q(t)}{T\,\varphi\left(\dfrac{t}{T}\right)}.$$

Используя как и раньше диффузионное приближение, получим:

$$\overline{Q}(t) = Q_0\,\mathbf{e}^{-\int\limits_0^t \frac{dx}{T\,\varphi\left(\frac{x}{T}\right)}}.$$

Функция $\varphi\left(\dfrac{t}{T}\right)$ на данном этапе пока в явном виде не определена. Поток покупателей, как и раньше, аппроксимируется прямой (3). Средняя выручка за время торговой сессии S имеет вид

$$S = \frac{c_0 Q_0}{\lambda_1}\left[(\lambda_0 + \lambda_1)\int\limits_0^1 \frac{1}{\varphi(z)}\mathbf{e}^{-\int\limits_0^z \frac{dx}{\varphi(x)}}dz - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{a_1 T}\int\limits_0^1 \frac{dz}{\varphi^2(z)}\mathbf{e}^{-2\int\limits_0^z \frac{dx}{\varphi(x)}}\left[\frac{a_2}{a_1}\left[\mathbf{e}^{\int\limits_0^z \frac{dx}{\varphi(x)}} - 1\right] + Q_0\right]\right].$$

Величина S является функционалом. Требуем максимума S, решая задачу Эйлера, получаем уравнение

$$Ae^{-\psi}(\psi'' - \psi'^2) + (\psi'' - \frac{1}{2}\psi'^2) = 0, \quad \psi(z) = \int\limits_0^z \frac{dx}{\varphi(x)},$$

где $A = \dfrac{a_1 Q_0}{a_2} - 1$. Приближенное решение этого уравнения при $A \gg 1$ дает явный вид функции $\psi(z)$

$$\psi(z) = \ln c_1 - \ln(c_1 - z), \quad \varphi(z) = c_1 - z. \tag{4}$$

Подставляя (4) в выражение для S, получим

$$S = \frac{c_0 Q_0}{\lambda_1}\left[(\lambda_0 + \lambda_1)\widetilde{c} - \frac{1}{a_1 T}\big(Q_0 - \frac{a_2}{a_1}\big)\widetilde{c}^{\,2} + \frac{a_2}{a_1^2 T}\,\widetilde{c}\,\ln(1 - \widetilde{c})\right].$$

Здесь обозначено $\dfrac{1}{c_1} = \widetilde{c}$. Оптимизируем задачу по $\widetilde{c}$. Получаем, что $\widetilde{c}$ имеет единственное значение, и значение $\widetilde{c}$ близко к единице. Далее, опримизируем прибыль $P = S - d \cdot Q_0$ по Q_0 и получаем выражения для максимальной прибыли P и оптимального значения для закупаемой партии товара Q_0:

$$P = \frac{c_0 Q_0}{\lambda_1}\left[(\lambda_0 + \lambda_1)\widetilde{c} - \frac{1}{a_1 T}\big(Q_0 - \frac{a_2}{a_1}\big)\widetilde{c}^{\,2} + \frac{a_2}{a_1^2 T}\,\widetilde{c}\,\ln(1 - \widetilde{c})\right] - d\,Q_0,$$

$$Q_0 = \frac{a_2}{a_1} + (\lambda_0 + \lambda_1)\frac{a_1 T}{2\widetilde{c}} + \frac{a_2}{2 a_1 \widetilde{c}}\left[\ln(1 - \widetilde{c}) - \frac{\widetilde{c}}{1 - \widetilde{c}}\right].$$

Обе эти формулы выражаются через величину $\widetilde{c}$, для которой получено простое выражение через параметры торгового процесса:

$$\widetilde{c} \approx 1 - \frac{c_0 a_2}{d a_1^2 \lambda_1 T}.$$

Анализ всех моделей показывает, что наиболее выгодной будет модель 2, так как $Q(t)$ будет изменятся по линейному закону, то есть гораздо медленнее, чем в других моделях. При реализации следует заложить линейный закон в снижении цены в период торговой сессии или лучше составить таблицы зависимости $Q(t)$ и $c(t)$.

Вторая группа моделей, в частности, модель 7, рассматривает случайной величиной покупку, сделанную одним покупателем, но расчеты ведутся для величины x, которая является сумой всех покупок, то есть суммарным спросом на товар. Основные характеристики: d – закупочная цена единицы товара, Q_0 – количество закупленного товара, x – количество товара, проданного продавцом в период торговой сессии, T – длина торговой сессии, d_{ut} – цена утилизации единицы непроданного товара.

Схема расчета такова. Вводится понятие плотности вероятности $P(x)$ величины x. Если $x \le Q_0$, то будет продана не вся партия товара, а часть товара объемом $(Q_0 -$

x) будет направлена на утилизацию по цене d_{ut}. Общая средняя прибыль продавца составит в этом случае

$$P = cQ_0 \int\limits_{Q_0}^{\infty} P(x)dx + c\int\limits_{0}^{Q_0} xP(x)dx - d_{ut}Q_0 \int\limits_{0}^{Q_0} P(x)dx + d_{ut}\int\limits_{0}^{Q_0} xP(x)dx - d\,Q_0.$$

Оптимизируя по Q_0, получим

$$P = (c+d_{ut})\left[Q_0\left(1-\Phi\left(\frac{Q_0-m_x}{\sigma_x}\right)\right) + m_x\Phi\left(\frac{Q_0-m_x}{\sigma_x}\right) - \sigma_x\varphi\left(\frac{Q_0-m_x}{\sigma_x}\right)\right] - \\ -(d+d_{ut})Q_0, \qquad (5)$$

где m_x – математическое ожидание величины x, σ_x – стандарт величины x, $\Phi(z)$ – интеграл Лапласа, $\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}$. Параметры m_x и σ_x оцениваются по методу максимального правдоподобия. Численное решение уравнений

$$-\sum_{i=1}^{N}\frac{(x_i-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \sum_{j=1}^{M}\frac{\left(t_j - \dfrac{Q_0T}{m_x}\right)^2}{(\sigma_x^2)^2Q_0T^2m_x^3} + \frac{N+M}{\sigma_x^2} = 0,$$

$$-2\sum_{i=1}^{N}\frac{(x_i-m_x)}{\sigma_x^2} + 2\frac{Q_0T}{m_x^2}\sum_{j=1}^{M}\frac{\left(t_j-\dfrac{Q_0T}{m_x}\right)}{\sigma_x^2\dfrac{Q_0T}{m_x^3}} + 3m_x^2\sum_{j=1}^{M}\frac{\left(t_j-\dfrac{Q_0T}{m_x}\right)^2}{\sigma_x^2Q_0T^2} - \frac{3M}{m_x} = 0$$

проведено нами, когда были запрограммированы соответствующие формулы, а расчет прибыли производился вручную по формулам (5), так как значение интегралов $\Phi(z)$ надо смотреть по таблицам или вводить их расчет дополнительно.

Проанализируем третью группу моделей (модели 3, 4, 6, 8, 9) [4]. В этих моделях допускается порча части товара μ, причем порча идет с постоянной скоростью. Пусть в момент времени t у нас есть $Q(t)$ товара, за интервал времени $[\,t,\ t+\Delta t\,]$ его испортится $\mu Q(t)\Delta t + o(\Delta t)$ (модель 3). Рассмотрим продажу по постоянной цене c. За время Δt придет $\lambda(c)\Delta t$ покупателей. Они купят $a_1\lambda(c)\Delta t + o(\Delta t)$ товара. Тогда $Q(t) - Q(t+\Delta t) = \mu Q(t)\Delta t + a_1\lambda(c)\Delta t + o(\Delta t)$. Дифференциальное уравнение, описывающее этот процесс:

$$\frac{dQ}{dt} = -\mu Q(t) - a_1\lambda(c), \quad Q(0) = Q_0.$$

Решение этого уравнения:

$$Q(t) = \left(Q_0 + \frac{a_1\lambda(c)}{\mu}\right)e^{-\mu t} - \frac{a_1\lambda(c)}{\mu}.$$

Потребуем, чтобы весь товар был продан за период торговой сессии T:

$$\left(Q_0 + \frac{a_1\lambda(c)}{\mu}\right)e^{-\mu T} - \frac{a_1\lambda(c)}{\mu} = 0,$$

$$a_1\lambda(c) = \frac{Q_0\mu e^{-\mu T}}{1 - e^{-\mu T}} = \frac{Q_0\mu}{e^{\mu T} - 1}.$$

Поток покупателей , как и раньше, аппроксимируется линейной функцией (3). Отсюда

$$c = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{Q_0\mu}{\lambda_1 a_1(e^{\mu T} - 1)}\right).$$

Выручка от продажи товара

$$S = a_1\, c\, \lambda(c)\, T = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{Q_0\mu}{\lambda_1 a_1(e^{\mu T} - 1)}\right)\frac{Q_0\mu T}{(e^{\mu T} - 1)},$$

а прибыль

$$P = S - d\cdot Q_0 = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{Q_0\mu}{\lambda_1 a_1(e^{\mu T} - 1)}\right)\frac{Q_0\mu T}{(e^{\mu T} - 1)} - d\cdot Q_0.$$

Максимизируя это выражение по Q_0, получим P и оптимальный объем Q_0:

$$P = \left[c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\frac{\mu T}{(e^{\mu T} - 1)} - d\right]^2 \frac{\lambda_1 a_1 (e^{\mu T} - 1)^2}{4\mu^2 T c_0},$$

$$Q_0 = \left[c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\frac{\mu T}{(e^{\mu T} - 1)} - d\right] \frac{\lambda_1 a_1 (e^{\mu T} - 1)^2}{2\mu^2 T c_0}.$$

Задавая значения μ , можно подсчитать необходимые характеристики, в частности, посмотреть, какое значение допустить для μ при выбранной цене c_0.

Рассмотрим теперь случай, когда цена продажи товара меняется со временем по закону $a_1\lambda(c) = \dfrac{Q(t)}{\varphi(t)}$ с некоторой пока неизвестной функцией (модель 4). Тогда в детерминированном приближении после усреднения:

$$\frac{d\overline{Q}}{dt} = -\mu\overline{Q}(t) - \frac{\overline{Q}(t)}{\varphi(t)}, \quad \overline{Q}(0) = Q_0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\overline{Q}(t) = Q_0 \mathbf{e}^{-\mu t - \int\limits_0^t \frac{dz}{\varphi(z)}}.$$

Беря линейную зависимость $\lambda(c)$ от цены, получим формулу зависимости цены от $\overline{Q}(t)$, то есть от количества товара, нереализованного к моменту времени t

$$c(t) = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\overline{Q}(t)}{\lambda_1 a_1 \varphi(t)}\right).$$

Выручка от продажи товара

$$S = \int\limits_0^T c(t) a_1 \lambda(c(t)) dt = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\int\limits_0^T \frac{\overline{Q}(t)}{\varphi(t)} dt - \frac{c_0}{a_1\lambda_1}\int\limits_0^T \frac{\overline{Q}(t)^2}{\varphi^2(t)} dt.$$

Прибыль

$$P = S - d \cdot Q_0 = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\int\limits_0^T \frac{\overline{Q}(t)}{\varphi(t)}dt - \frac{c_0}{a_1\lambda_1}\int\limits_0^T \frac{\overline{Q}(t)^2}{\varphi^2(t)}dt - d \cdot Q_0.$$

Обозначим $f(t) = \dfrac{\overline{Q}(t)}{\varphi(t)} = C$. Найдем максимум P по виду функции $f(t)$. Решение вариационной задачи приводит к выражению

$$\varphi(t) = \frac{\widetilde{c}\, e^{-\mu T} - 1}{\mu}, \qquad \widetilde{c} = e^{\mu C T}.$$

При этом

$$Q(t) = Q_0 \frac{e^{\mu(CT - t)} - 1}{e^{\mu C T} - 1},$$

$$P = c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\frac{Q_0 \mu T}{e^{\mu C T} - 1} - \frac{c_0}{\lambda_1 a_1}\frac{Q_0^2\mu^2 T}{(e^{\mu C T} - 1)^2} - d \cdot Q_0.$$

Оптимизируя по Q_0, найдем:

$$Q_0 = \left[c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\frac{\mu T}{e^{\mu C T} - 1} - d\right]\frac{\lambda_1 a_1 (e^{\mu C T} - 1)^2}{2\mu^2 T c_0},$$

$$P = \left[c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\frac{\mu T}{e^{\mu C T} - 1} - d\right]\frac{\lambda_1 a_1 (e^{\mu C T} - 1)^2}{4\mu^2 T c_0}.$$

Проведя оптимизацию по параметру C, получим

$$P = \left[c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\mu T z - d z^2\right]^2 \frac{\lambda_1 a_1}{4\mu^2 T c_0},$$

$$z_{opt} = \frac{c_0\left(1 + \dfrac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\mu T}{2d} = e^{\mu C_{opt} T} - 1,$$

$$C_{opt} = max\left(1,\ \frac{1}{\mu T}\ln\frac{1}{d}\left(1 + c_0\left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\mu T\right)\right).$$

Модели 6, 8, 9 описывают более сложный и более точный процесс торговли, когда допускается частичная порча товара с постоянной скоростью μ, кроме того, цена товара меняется с течением времени в зависимости от $Q(t)$ – товара, оставшегося нереализованным к моменту времени t. Таким образом, цена будет функцией μ и функции $\varphi(t)$, которая описывает процесс изменения потока покупателей со временем.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретическое исследование процесса торговли, создание экономико - математических моделей позволяет с одной стороны бизнесмену получить максимальную прибыль, с другой стороны выгодно и потребителю. Организуя правильно процесс торговли, продавец избегает ситуации, когда часть товара портится, и ее приходится выбрасывать. В целом обществу выгоднее, когда весь товар распродан, пусть по пониженной цене. Социально незащищенные слои получают товар по низким ценам, товар не выбрасывается на свалку, что уменьшает расходы общества в целом на ликвидацию этих свалок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Новицкая Е. В.* Оптимизация розничной продажи скоропортящейся продукции / Е. В. Новицкая, А. Ф. Терпугов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 89 с.
2. *Степанова Н. В., Терпугов А. Ф.* Оптимальное управление ценой при продаже скоропортящегося товара // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета. 2007. вып. 4(17). С. 35–39.
3. *Степанова Н. В., Терпугов А. Ф.* Управление ценой при продаже скоропортящейся продукции // Вестник Томского госуниверситета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2007. № 1. С. 22–35.
4. *Степанова Н. В.* Управление ценой при продаже портящегося товара // Научное творчество молодежи. Материалы XII Всероссийской научно-практической конференции. Анжеро-Судженск, 18–19 апреля 2008 г. Издательство Томского университета. Ч. 1 . 2008. С. 40–43.