

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
Гросс Прохоренко
«05» июля 2023 г.



Регистрационный № УД - 12551/уч.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

- | | |
|-------------------|--|
| 1-31 03 01 | Математика (по направлениям) |
| | Направления специальности |
| 1-31 03 01-03 | Математика (экономическая деятельность) |
| 1-31 03 01-04 | Математика (научно-конструкторская деятельность) |

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, типового учебного плана № G31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов № G31-1-004/уч. и № G31-1-018/уч. от 25.05.2021.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Александр Львович Гладков — заведующий кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Петр Павлович Матус — главный научный сотрудник Института математики, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, профессор

Вениамин Григорьевич Кротов — профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета
(протокол № 11 от 28.06.2023);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой
математической кибернетики
д.ф.-м.н., профессор



А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математическая физика является частью общей теории дифференциальных уравнений в частных производных. Она изучает те дифференциальные уравнения, которые возникают в конкретных задачах механики, акустики, теплофизики, гидродинамики, электродинамики, электростатики, электроники и ряда других областей естествознания. Поэтому представляется естественным начать дисциплину «Уравнения математической физики» кратким введением в общую теорию уравнений с частными производными.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Уравнения математической физики»: научить студентов владеть основными понятиями теории дифференциальных уравнений с частными производными, методами построения математических моделей различных процессов и явлений естествознания и математическими методами исследования и решения основных краевых задач математической физики.

Задачи учебной дисциплины:

1. Освоение важнейших понятий теории дифференциальных уравнений с частными производными;
2. Изучение классификация и приведения к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка;
3. Ознакомление с постановками краевых задач математической физики, моделирующих нестационарные процессы колебаний струны и нестационарные процессы теплообмена, диффузии веществ и сорбции газов;
4. Изучение методов решения смешанных задач для гиперболических и параболических уравнений математической физики;
5. Изучение методов решения краевых задач для эллиптических уравнений математической физики.

Место учебной дисциплины. В системе подготовки специалиста с высшим образованием учебная дисциплина «Уравнения математической физики» относится к модулю «Дифференциальные уравнения» государственного компонента.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей с дисциплинами: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения»

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

базовые профессиональные компетенции(БПК):

БПК-8. Строить и анализировать дифференциальные модели

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать: основы теории дифференциальных уравнений с частными производными; корректную постановку краевых задач для уравнений с частными производными; постановку краевых задач для основных уравнений математической физики;

уметь: вывести основные уравнения математической физики; исследовать корректность основных краевых задач для уравнений математической физики;

владеть: методом характеристик решения задачи Коши для уравнения колебаний струны; методом разделения переменных решения смешанных задач для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона; методами обоснования корректности формальных решений смешанных задач для уравнений математической физики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина «Уравнения математической физики» по направлению специальности 1-31 03 01-03 «Математика (экономическая деятельность)» изучается в 6 и 7 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

- в очной форме получения высшего образования: 198 часов, в том числе 124 аудиторных часов, из них: лекции – 62 часа, практические занятия – 52 часа, управляемая самостоятельная работа – 10 часов, из них:

6 семестр - всего 90 часов, в том числе 52 аудиторных часа, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 22 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации –зачёт.

7 семестр - всего 108 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

Дисциплина «Уравнения математической физики» по направлению специальности 1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность) изучается в 5 и 6 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

- в очной форме получения высшего образования: 198 часов, в том числе 124 аудиторных часов, из них: лекции – 62 часа, практические занятия – 52 часа, управляемая самостоятельная работа – 10 часов, из них:

5 семестр - всего 108 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачёт.

6 семестр - всего 90 часов, в том числе 52 аудиторных часа, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 22 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачёт и экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в уравнения математической физики

Тема 1.1 Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

Тема 1.2 Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.

Тема 1.3 Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 1.4 Теорема о сохранении типа уравнений при невырожденной замене для уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.

Тема 1.5 Приведение к каноническому виду параболических и эллиптических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.

Тема 1.6 О постановке задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректная постановка задач. Пример Адамара некорректной постановки задачи.

Тема 1.7 Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Вывод уравнения теплопроводности.

Тема 1.8 Задачи для уравнения поперечных колебаний струны. Задачи для уравнения теплопроводности. Задачи для волнового уравнения в многомерном случае.

Тема 1.9 Уравнение Пуассона и задачи для него. Задачи для уравнения теплопроводности в многомерном случае. Задачи сопряжения для уравнений разного типа.

Тема 1.10 Постановка задачи Коши. Простейшая и обобщенная задача Коши.

Тема 1.11 Теорема Коши-Ковалевской. Теорема Хольмгрена.

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики

Тема 2.1 Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.

Тема 2.2 Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве методом усреднения. Формула Кирхгофа. Формула Кирхгофа. Формула Пуассона для волнового уравнения. Метод Дюамеля и формулы

решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса.

Тема 2.3 Энергетическое неравенство для решений задач волнового уравнения.

Тема 2.4 Единственность решения задачи Коши и первой смешанной задачи для волнового уравнения.

Тема 2.5 Метод разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений.

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики

Тема 3.1 Формула Пуассона для решения задачи Коши уравнения теплопроводности

Тема 3.2 Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.

Тема 3.3 Следствия принципа минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 3.4 Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в прямоугольной пластине.

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики

Тема 4.1 Интегральные формулы Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$.

Тема 4.2 Лемма о потоке тепла и теоремы о среднем значении для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Непрерывная зависимость решения задачи Дирихле от граничных условий. Обратная теорема о среднем значении и теорема о сходимости гармонических функций. Теорема об устранимой особенности гармонической функции. Теорема Лиувилля. Гладкость гармонических функций.

Тема 4.3 Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом Фурье. Формула Пуассона для первой краевой задачи для уравнения Лапласа в круге.

Тема 4.4 Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа для шара. Обоснование формулы Пуассона для шара в случае непрерывных граничных условий. Задача Дирихле для уравнения Лапласа для внешности шара.

Тема 4.5 Единственность решения внешней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Единственность решения внутренней задачи Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Единственность решения внешней задачи Неймана для уравнения Пуассона.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением
дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

для направления специальности

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

Номер раздела	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение в уравнения математической физики	20			16		4	
1.1	Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	2			2			
1.2	Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.3	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами.	2			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.4	Теорема о сохранении							Устный

	<p>типа уравнений при невырожденной замене для уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.</p> <p>Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.</p>	2			2			опрос, проверка домашних заданий
1.5	<p>Приведение к каноническому виду параболических и эллиптических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.</p>	2			4		2	Письменная контрольная работа по темам 1.1 - 1.5, коллоквиум
1.6	<p>О постановке задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректная постановка задач. Пример Адамара некорректной постановки задачи.</p>	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.7	<p>Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Вывод уравнения теплопроводности.</p>	3						Устный опрос
1.8	<p>Задачи для уравнения поперечных колебаний струны. Задачи для уравнения теплопроводности. Задачи для волнового уравнения в многомерном случае.</p>	1						Устный опрос
1.9	<p>Уравнение Пуассона и задачи для него. Задачи для уравнения теплопроводности в многомерном случае. Задачи сопряжения для уравнений разного типа.</p>	1						Экспресс-опрос
1.10	<p>Постановка задачи Коши. Простейшая и обобщенная задача</p>	1						Устный опрос

	Коши.							
1.11	Теорема Коши-Ковалевской. Теорема Хольмгрена.	2					2	Письменная контрольная работа по темам 1.6 - 1.11, коллоквиум
2	Гиперболические уравнения математической физики	14			12		2	
2.1	Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.	2			2			Экспресс-опрос
2.2	Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве методом усреднения. Формула Кирхгофа. Формула Пуассона для волнового уравнения. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса.	4			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
	Итого за 6 семестр	26			22		4	зачет
2.3	Энергетическое неравенство для решений задач волнового уравнения.	2						Экспресс-опрос
2.4	Единственность решения задачи Коши и первой смешанной задачи для волнового уравнения.	2						Устный опрос
2.5	Метод разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений.	4			6		2	Письменная контрольная работа по разделу 2, коллоквиум
3	Параболические уравнения математической	12			12		2	

	физики							
3.1	Формула Пуассона для решения задачи Коши уравнения теплопроводности	2						Устный опрос
3.2	Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий
3.3	Следствия принципа минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	4			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
3.4	Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в прямоугольной пластине.	4			6		2	Письменная контрольная работа по разделу 3, коллоквиум
4	Эллиптические уравнения математической физики	16			12		2	
4.1	Интегральные формулы Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$.	4						Экспресс-опрос
4.2	Лемма о потоке тепла и теоремы о среднем значении для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Непрерывная зависимость решения задачи Дирихле от граничных условий. Обратная теорема о среднем значении и теорема о сходимости гармонических функций. Теорема об устранимой особенности гармонической функции.	4			4			Устный опрос, проверка домашних заданий

	Гладкость гармонических функций.							
4.3	Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом Фурье. Формула Пуассона для первой краевой задачи для уравнения Лапласа в круге.	4			6			Устный опрос, проверка домашних заданий
4.4	Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа для шара. Обоснование формулы Пуассона для шара в случае непрерывных граничных условий. Задача Дирихле для уравнения Лапласа для внешности шара.	2						Устный опрос
4.5	Единственность решения внешней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Единственность решения внутренней задачи Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Единственность решения внешней задачи Неймана для уравнения Пуассона.	2			2		2	Письменная контрольная работа по разделу 4, коллоквиум
	Итого за 7 семестр	36			30		6	экзамен

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением
дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

для направления специальности

1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)

Номер раздела	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение в уравнения математической физики	20			16		6	
1.1	Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	2			2			
1.2	Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.3	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами.	2			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.4	Теорема о сохранении типа уравнений при невырожденной замене							Устный опрос,

	для уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.	2			2			проверка домашних заданий
1.5	Приведение к каноническому виду параболических и эллиптических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.	2			4		2	Письменная контрольная работа по темам 1.1 - 1.5, коллоквиум
1.6	О постановке задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректная постановка задач. Пример Адамара некорректной постановки задачи.	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий
1.7	Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Вывод уравнения теплопроводности.	3						Устный опрос, проверка домашних заданий
1.8	Задачи для уравнения поперечных колебаний струны. Задачи для уравнения теплопроводности. Задачи для волнового уравнения в многомерном случае.	1						
1.9	Уравнение Пуассона и задачи для него. Задачи для уравнения теплопроводности в многомерном случае. Задачи сопряжения для уравнений разного типа.	1						Экспресс-опрос
1.10	Постановка задачи Коши. Простейшая и обобщенная задача Коши.	1						Устный опрос

1.11	Теорема Коши-Ковалевской. Теорема Хольмгрена.	2					2	Письменная контрольная работа по темам 1.6 - 1.11, коллоквиум
2	Гиперболические уравнения математической физики	14			12		2	
2.1	Формула Даламбера. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного одномеродномерного волнового уравнения.	2			2			Экспресс-опрос
2.2	Формула Кирхгофа. Формула Пуассона для волнового уравнения. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса.	4			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
2.3	Энергетическое неравенство для решений задач волнового уравнения.	2						Экспресс-опрос
2.4	Единственность решения задачи Коши и первой смешанной задачи для волнового уравнения.	2						Устный опрос
2.5	Метод разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений.	4			6		2	Письменная контрольная работа по разделу 2, коллоквиум
3	Параболические уравнения математической физики	12			12		2	
3.1	Формула Пуассона для решения задачи Коши уравнения теплопроводности	2			2			Устный опрос, проверка домашних заданий

	Итого за 5 семестр	36			30		6	зачет
3.2	Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.	2			2			Устный опрос
3.3	Следствия принципа минимума и максимума для уравнения теплопроводности.	4			2			
3.4	Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности	4			6		2	Письменная контрольная работа по разделу 3, коллоквиум
4	Эллиптические уравнения математической физики	16			12		2	
4.1	Интегральные формулы Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$.	4						Экспресс-опрос
4.2	Свойства гармонических функций	4			4			Устный опрос, проверка домашних заданий
4.3	Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом Фурье	4			6			Устный опрос, проверка домашних заданий
4.4	Единственность решений задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона.	2						Устный опрос
4.5	Метод Грина решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.	2			2		2	Письменная контрольная работа по разделу 4, коллоквиум
	Итого за 6 семестр	26			22		4	зачет, экзамен

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по математическим специальностям / В. И. Корзюк. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2021. - 479 с.
2. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс: учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Юрайт, 2021. - 222 с.
3. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод, указания и задания для студентов мех.-мат, фак. В 3 ч. Ч. 1 / В.И. Корзюк, И.С. Козловская. - Минск: БГУ, 2019. - 31 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/233790>
4. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 2 / В.И. Корзюк, И.С. Козловская. - Минск: БГУ, 2020. - 54 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/249214>
5. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 3 / В.И. Корзюк, И.С. Козловская. - Минск: БГУ, 2021. - 48 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/257071>

Перечень дополнительной литературы

1. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студ. физико-математических спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - Москва: Изд-во Московского ун-та: Наука, 2004. - 798с.
2. Иванов, С. В. Уравнения в частных производных. Метод разделения переменных / С. В. Иванов. - Москва: URSS: Ленанд, 2018. - 197 с.
3. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: Учебник для студ. вузов / В.С.Владимиров, В.В.Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 399 с.
4. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 222 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Уравнения математической физики» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются: – устный опрос; экспресс опрос, проверка домашних заданий, контрольные работы, коллоквиумы.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов и т. д. Оценка проверки домашних заданий включает правильность выполнения заданий, корректность используемых методов исследования, привлечение знаний из сопредельных областей. Полученные студентом количественные результаты учитываются как составная часть итоговой отметки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Контрольные работы и коллоквиумы проводятся в письменной форме пять раз за время обучения по разделу 1 «Введение в уравнения математической физики» (темы **1.1 - 1.5** и **1.6 - 1.11**), разделу 2 «Гиперболические уравнения математической физики», разделу 3 «Параболические уравнения математической физики», разделу 4 «Эллиптические уравнения математической физики». На выполнение отводится 80 минут.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Уравнения математической физики» учебными планами предусмотрены **зачет и экзамен.**

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

устный опрос на аудиторных занятиях – 5%;

проверка домашних работ – 5%;

коллоквиумы – 40%.

контрольные работы – 50%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 30% и экзаменационной отметки - 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Раздел 1. Введение в уравнения математической физики.

1. Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами.

Задания 6.1 – 6.31 в [3].

2. Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными.

Задания 5.1 – 5.30 в [3].

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики

1. Метод Фурье решения смешанных задач для однородных гиперболических уравнений с одной пространственной переменной.

Задания 11.1 – 11.30 в [5].

2. Метод Фурье решения смешанных задач для неоднородных гиперболических уравнений с одной пространственной переменной.

Задания 11.2 в [5].

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики

1. Метод Фурье решения смешанных задач для однородных параболических уравнений с одной пространственной переменной.

Задания 13.1 – 13.15 в [5].

2. Метод Фурье решения смешанных задач для неоднородных параболических уравнений с одной пространственной переменной.

Задания 13.16 – 13.30 в [5].

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики

Метод разделения переменных для эллиптических уравнений.

1. Задача Дирихле для прямоугольника.

Задания 14.1 – 14.15 в [5].

2. Задача Дирихле для круга и кольца.

Задания 14.25 – 14.55 в [5].

Рекомендуемые темы для написания контрольных работ и коллоквиумов

Раздел 1. Введение в уравнения математической физики (темы **1.1 - 1.11**)

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики (темы **2.1 -2.5**)

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики (темы **3.1 -3.4**)

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики (темы **4.1 -4.5**)

Примерная тематика практических занятий

1. Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

2. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.

3. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами.

4. Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.

5. Приведение к каноническому виду параболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.

6. Приведение к каноническому виду эллиптических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.

7. Задачи для волнового уравнения

8. Уравнение Пуассона и задачи для него.

9. Задачи для уравнения теплопроводности

10. Метод разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений.

11. Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности и его следствия.

12. Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности.

13. Свойства гармонических функций.

14. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом Фурье.

Метод Грина решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При организации образовательного процесса используются **методы и приёмы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией, понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления, углубления и расширения полученных теоретических знаний обучающихся;
- формирования умений использовать специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся творческой инициативы, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине на учебных занятиях выполняется под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия. При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы обучающийся имеет право обращаться к преподавателю за консультацией.

Основным видом аудиторной самостоятельной работы при изучении учебной дисциплины являются подготовка ответов на тесты, решение качественных задач, предложенных в ходе занятия, участие в дискуссиях во время лекций и практических занятий.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендуется использовать современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале смешанного и дистанционного обучения БГУ, содержащие учебные материалы (курс лекций, задания к домашним работам и т. д.), вопросы к экзамену размещены на портале edummf.bsu.by.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные определения дифференциальных уравнений с частными производными.
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
3. Постановка задач для основных уравнений математической физики.
4. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами и двумя независимыми переменными.
6. Приведение к каноническому виду параболических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами и двумя независимыми переменными.
7. Приведение к каноническому виду эллиптических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами и двумя независимыми переменными.
8. Корректная постановка задач для уравнений математической физики.
9. Обобщенные решения дифференциальных уравнений с частными производными.
10. Формула Даламбера для однородного уравнения колебаний струны.
11. Формула Кирхгофа для однородного волнового уравнения.
12. Метод спуска. Формула Пуассона для однородного волнового уравнения.
13. Формула Даламбера для неоднородного уравнения колебаний струны.
14. Формула Пуассона для неоднородного волнового уравнения.
15. Формула Кирхгофа для неоднородного волнового уравнения.

16. Физическая интерпретация формул, дающих решение задачи Коши для волнового уравнения.
17. Метод Фурье для однородного уравнения колебаний струны.
18. Задача Штурма-Лиувилля.
19. Обоснование метода Фурье для однородного уравнения колебаний.
20. Метод Фурье для неоднородного уравнения колебаний струны.
21. Единственность решения первой начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.
22. Вывод уравнения теплопроводности.
23. Вывод уравнения диффузии.
24. Метод Фурье для многомерных краевых задач.
25. Распространение тепла в прямоугольной пластине.
26. Метод Фурье для однородного уравнения теплопроводности.
27. Обоснование метода Фурье для однородного уравнения теплопроводности.
28. Метод Фурье для неоднородного уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями.
29. Метод Фурье для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.
30. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
31. Следствия принципа максимума для уравнения теплопроводности.
32. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
33. Обоснование формулы Пуассона для уравнения теплопроводности.
34. Решение задачи Коши для неоднородного уравнения теплопроводности.
35. Бесконечна скорость распространения возмущений.
36. Формулы Грина.
37. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
38. Представление решений уравнений Лапласа и Пуассона с помощью потенциалов.
39. Теорема о потоке тепла.
40. Теоремы о среднем значении для гармонических функций.

41. Принцип максимума для гармонических функций.
42. Следствия принципа максимума для гармонических функций.
43. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом Фурье.
44. Обоснование метода Фурье для задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
45. Интеграл Пуассона.
46. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
47. Функция Грина задачи Неймана для уравнения Лапласа.
48. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.
49. Единственность решения задачи Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости этой задачи.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
отсутствует			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

_____ (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой математической кибернетики

д.ф.-м.н., профессор _____ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического факультета

д.ф.-м.н., профессор _____ С.М. Босяков