

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Высшая математика» для студентов специальности 6-05-0311-03 Мировая экономика являются:

- показать роль и место математики в современном мире и в экономических исследованиях;
- обучить студентов основным математическим понятиям и методам, развить умение сформулировать проблему используя математический язык, анализировать данные посредством количественных методов;
- использовать основные математические методы для решения задач, используемых в профессиональной деятельности; объяснить природу математических абстракций и возможности их использования в экономической сфере;
- развить у студентов способности к логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- освоение матричного, дифференциального и интегрального исчисления для решения задач, используемых в профессиональной деятельности;
- освоение методов построения и решения математических моделей с применением различных методов линейного программирования;
- освоение междисциплинарных знаний, связанных с применением математических методов в профессиональной деятельности;
- стимулирование у студентов познавательного интереса к вопросам применения математических методов в экономической сфере.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к «**Математическому модулю**» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Высшая математика» основана на школьной учебной дисциплине «Математика» и является базовой для изучения различных математических и экономических учебных дисциплин, таких как «Теория вероятностей», «Статистика», «Эконометрика». Кроме того, практические навыки, полученные при изучении дисциплины, будут полезны студентам

при написании курсовых и дипломной работ, проведении исследовательских проектов, а также в самообразовании.

Требования к компетенциям

Для студентов специальности 6-05-0311-03 Мировая экономика освоение учебной дисциплины «Высшая математика» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции:**

БПК-1. Использовать основные математические понятия и методы вычислений для анализа и моделирования экономических процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- методы матричной алгебры и аналитической геометрии, математический аппарат функций одной и многих переменных, основы дифференциальных уравнений, числовые и степенные ряды;
- основные методы линейного программирования;
- основные понятия и методы высшей математики, необходимые для изучения различных математических и экономических учебных дисциплин.

уметь:

- находить пределы последовательностей;
- исследовать на сходимость числовые ряды с положительными членами и знакопеременные ряды;
- находить пределы функций;
- исследовать функцию на непрерывность, находить точки разрыва и давать их классификацию;
- находить производные сложной, неявной и параметрической функций;
- вычислять эластичность функции в точке;
- находить дифференциалы функций;
- разлагать функцию в ряд Тейлора;
- находить неопределенные и определенные интегралы от специальных классов функций;
- выполнять алгебраические операции над матрицами, находить их определитель и ранг;
- находить обратную матрицу;
- методами Гаусса и Крамера решать системы линейных алгебраических уравнений;
- выписывать различные типы уравнений прямых;
- приводить линии второго порядка к каноническому виду;
- решать задачу линейного программирования графическим и табличным симплекс-методом;
- находить решения транспортной задачи;
- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- составлять математические модели экономических процессов;

- использовать математические методы в сборе информации, ее обработке и при прогнозировании результатов изучаемых экономических процессов.

владеть:

- терминологией дисциплины «Высшая математика»;
- методикой применения методов матричной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления при решении математических и экономических задач.
- навыками делать экономические выводы на основе анализа математических моделей.

Структура учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Высшая математика» изучается в 1, 2, 3 семестрах.

Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 328 часов, в том числе 148 аудиторных часов, из них:

- в 1 семестре – всего 114 часов, в том числе – 58 аудиторных часов, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 26 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины в 1 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачёт.

- во 2 семестре – всего 120 часов, в том числе – 56 аудиторных часов, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 26 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа (ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины во 2 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

- в 3 семестре – всего 94 часа, в том числе – 34 аудиторных часов, из них: лекции – 22 часа, практические занятия – 10 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа (ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины в 3 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ

Тема 1.1. Роль и место математики в экономике

Введение в дисциплину «Высшая математика». Предмет высшей математики. Основные этапы становления современной математики и ее применения в экономике. Роль ученых Беларуси в развитии математики.

РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ

Тема 2.1. Комплексные числа

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа. Свойства комплексно-сопряженных выражений. Применение комплексных чисел.

Тема 2.2. Элементы теории множеств

Элементы теории множеств и математической логики. Логические символы, операции над множествами. Декартово произведение множеств. Экономические примеры. Основные числовые множества. Точные и приближенные значения величин. Абсолютная и относительная погрешности. Необходимое и достаточное условия. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

Тема 2.3. Элементы векторной алгебра

Понятие вектора на плоскости и в трехмерном пространстве. Основные линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства и экономическая интерпретация. Условие ортогональности двух векторов. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический и физический смысл. Смешанное произведение векторов, его геометрический и механический смысл. Условие компланарности трех векторов. Линейные пространства. Подпространство и линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Евклидовы пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базисы.

Тема 2.4. Матричное исчисление

Виды матриц. Операции над матрицами и их свойства. Экономическая интерпретация матриц. Определители 2-го и 3-го порядков и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения, теорема Лапласа, понятия ранга матрицы и обратной матрицы. Использование матриц при решении задач с экономическим содержанием. Межотраслевой баланс (матрица затраты – выпуск).

Тема 2.5. Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств

Основные понятия и методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Математические модели в экономике в виде систем линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических неравенств с двумя неизвестными и их графическое представление.

РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Тема 3.1. Метод координат и прямая линия на плоскости

Координаты на прямой. Прямоугольные декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярные координаты на плоскости. Преобразование прямоугольных координат на плоскости. Различные виды уравнений прямой. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Использование методов аналитической геометрии при решении задач с экономическим содержанием.

Тема 3.2. Кривые второго порядка

Кривые второго порядка (эллипс, гипербола, парабола), их канонические уравнения. Исследование общего уравнения линии второго порядка. Функция инвестиционного спроса (зависимость объема инвестиций от процентной ставки), кривая Филлипса (инфляция и безработица).

РАЗДЕЛ 4. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Тема 4.1. Предел последовательностей

Последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные, ограниченные последовательности. Свойства сходящихся последовательностей и критерий их сходимости. Способы вычисления пределов последовательностей. Число « ϵ » и его экономическая интерпретация.

Тема 4.2. Функции. Предел функции

Функции. Предел функции. Односторонние и бесконечные пределы. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах функций. Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва.

Тема 4.3. Производные и дифференциалы

Производная функции, ее геометрический, физический и экономический смыслы. Основные правила дифференцирования. Основные формулы дифференцирования. Дифференциал функции (геометрический, физический и экономический смыслы, свойства, приложения). Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Бернулли-Лопиталю. Исследование функций с помощью производной. Эластичность функций.

Функции в экономике: кривая потребительского бюджета, кривая Лаффера (графическое отображение зависимости налоговых поступлений при изменении налоговых ставок) и др.

Тема 4.4. Неопределенный интеграл

Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Интегрирование по частям, замена переменной. Интегрирование простейших рациональных и иррациональных функций, тригонометрических выражений.

Тема 4.5. Определенный интеграл

Определенный интеграл как предел интегральной суммы; геометрический смысл, основные свойства, теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Несобственные интегралы. Приложения интегрального исчисления в экономике (вычисление объема произведенной продукции, вычисление средних издержек и т. д.).

Тема 4.6. Функции нескольких переменных

Предел, непрерывность, частные производные, полный дифференциал, экстремум функции нескольких переменных. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов. Примеры использования функций нескольких переменных в экономике.

Тема 4.7. Дифференциальные уравнения

Основные определения. Дифференциальные уравнения первого порядка: дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения и уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения второго порядка: однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономике.

РАЗДЕЛ 5. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

Тема 5.1. Числовые ряды

Числовые ряды, понятие сходимости числового ряда, необходимое условие сходимости, признаки Даламбера, Коши, сравнения, предельный признак сравнения для рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость, признак Лейбница для знакочередующихся рядов.

Тема 5.2. Функциональные и степенные ряды

Функциональные ряды, область сходимости и сумма ряда. Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях. Понятие о рядах Фурье.

РАЗДЕЛ 6. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 6.1. Общая задача линейного программирования

Основная задача линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод.

Тема 6.2. Двойственность в линейном программировании

Принцип двойственности. Двойственные задачи. Экономический смысл двойственной задачи. Двойственный симплекс-метод.

Тема 6.3. Транспортная задача

Особенности и постановка транспортной задачи. Методы решения транспортной задачи. Роль транспортной задачи в микроэкономике.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	Введение	1					
1.1	Роль и место математики в экономике	1					Учебная исследовательская работа (подготовка реферата, презентации) с последующей защитой.
2	Элементы алгебры	11	12			2	
2.1	Комплексные числа	1	1				Устный опрос.
2.2	Элементы теории множеств	1	1				Устный опрос.
2.3	Элементы векторной алгебра	2	2				Устный опрос.
2.4	Матричное исчисление	3	4				Устный опрос.
2.5	Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств	4	4			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1, 2.4, 2.5.
3	Элементы аналитической геометрии	4	4			2	
3.1	Метод координат и прямая линия на плоскости	2	2				Устный опрос.
3.2	Кривые второго порядка	2	2			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 3.1 – 3.2.

4	Основы математического анализа	30	30			4	
4.1	Предел последовательностей	2	2				Устный опрос.
4.2	Функции. Предел функции	2	2				Устный опрос.
4.3	Производные и дифференциалы	6	6			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 4.2, 4.3.
4.4	Неопределенный интеграл	4	4				Устный опрос.
4.5	Определенный интеграл	4	4				Устный опрос.
4.6	Функции нескольких переменных	6	6			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 4.4 – 4.6.
4.7	Дифференциальные уравнения	6	6				Устный опрос.

5	Числовые и функциональные ряды	6	6			2	
5.1	Числовые ряды	2	2				Устный опрос.
5.2	Функциональные и степенные ряды	4	4			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 4.7, 5.1, 5.2.
6	Линейное программирование	22	10			2	
6.1	Общая задача линейного программирования	8	6				Устный опрос.
6.2	Двойственность в линейном программировании	7	2				Устный опрос.
6.3	Транспортная задача	7	2			2	Устный опрос, контрольная работа по темам 6.1 – 6.3.
ИТОГО:		74	62			12	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Матейко О.М. Высшая математика. Практикум: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / О.М.Матейко [и др.]; под ред. С.А.Самалья. – Минск: РИВШ. 2020. – 332 с.
2. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А., Самаль, С.А., Шевченко, Л.И. / Учебник для вузов с грифом МО РБ. – Минск: ООО «Элайда», 2003. – 525 с.
3. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А. [и др.]; / Учебник с грифом МО РБ. В 3 т. Т. 3. / С.А.Минюк, И. В. Гайшун, Л. И. Шевченко, С. А. Самаль, М.Н. Гончарова. – Минск: Элайда, 2009. – 226 с.
4. Гуринович, С.Л. Математика. Задачи с экономическим содержанием: пособие / С.Л. Гуринович. – Мн.: Новое знание, 2008.
5. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Айрис-пресс, 2002.
6. Просветов, Г.И. Математика в экономике. Задачи и решения / Г.И. Просветов. – М.: Экзамен, 2008.
7. Сборник задач по высшей математике для экономистов. В 4 ч. – Мн.: БНТУ, 2009.

Перечень дополнительной литературы

1. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак. – Мн.: ТетраСистемс, 2006.
2. Гусак, А.А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак. – Мн.: ТетраСистемс, 2006.
3. Красс, М.С. Математика для экономических специальностей / М.С. Красс. – М.: ИНФРА-М, 1998.
4. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н.Ш. Кремер. – Мн.: ЮНИТИ. 2004.
5. Высшая математика (общий курс): Яблонский, А.И. [и др.]; под общ. ред. С.А. Самалья. / Учебник для вузов с грифом МО РБ. – 2-е изд. – Минск: Выш. шк., 2000. – 380 с.
6. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А., Самаль, С.А., Шевченко, Л.И. / Учебник для вузов с грифом МО РБ. – Минск: ООО «Элайда», 2003. – 525 с.
7. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А. [и др.]; / Учебник с грифом МО РБ. В 3 т. Т. 3. / С.А.Минюк, И. В. Гайшун, Л. И. Шевченко, С. А. Самаль, М.Н. Гончарова. – Минск: Элайда, 2009. – 226 с.

8. Гуринович, С.Л. Математика. Задачи с экономическим содержанием: пособие / С.Л. Гуринович. – Мн.: Новое знание, 2008.
9. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Айрис-пресс, 2002.
10. Сборник задач по высшей математике для экономистов. В 4 ч. – Мн.: БНТУ, 2009.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Устный опрос.
2. Контрольные работы.
3. Учебная исследовательская работа (подготовка реферата, презентации) с последующей защитой.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации (Постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в БГУ (приказ ректора № 189-ОД от 31.03.2020).
- Критерии оценки студентов (10 баллов).

Оценка за ответы на лекциях практических (опрос) занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

При оценивании реферата (доклада) обращается внимание на: содержание и полноту раскрытия темы, структуру и последовательность изложения, источники и их интерпретацию, корректность оформления и т.д.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Высшая математика» учебным планом предусмотрен зачет в 1 и 3 семестре и экзамен во 2 семестре.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- ответы на практических занятиях – 30 %;
- контрольная работа – 60 %;

– реферат – 10 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационная оценка – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1. Комплексные числа. **Тема 2.4.** Матричное исчисление. **Тема 2.5.** Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Даны комплексные числа $z_1 = -i$ и $z_2 = -3 - 3i$. Найти $z_1 z_2^2$, z_1^{20} , $\sqrt[8]{z_2}$.

2. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$. Найти $6AB - 3A$, A^T , $\det B$, A^{-1} .

3. Решить систему методом Гаусса (методом Крамера)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6, \\ 4x + 5y + 6z = 9, \\ 7x + 8y = -6. \end{cases}$$

4. Затраты на перевозки одного и того же груза двумя разными видами транспорта вычисляется по формулам: $y_1 = 100 + 40x$ и $y_2 = 200 + 20x$, где x – расстояние в сотнях километров; y_1, y_2 – стоимость перевозки в денежных единицах. Определить графически, с какого расстояния более экономичным становится второй вид транспорта по сравнению с первым.
5. Предприятие производит продукцию двух видов и использует сырье двух типов. Нормы затрат сырья на единицу продукции каждого вида заданы матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix},$$

у которой по строкам указано количество в условных единицах сырья, расходуемого на производство единицы продукции I и II вида. Стоимость в денежных единицах единицы сырья каждого типа каждого типа задана матрицей $B = \begin{pmatrix} 70 & 30 \end{pmatrix}$. Каковы общие затраты предприятия на производство 100 условных единиц продукции I вида и 150 условных единиц продукции II вида?

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.1. Метод координат и прямая линия на плоскости. **Тема 3.2.** Кривые второго порядка. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

- Даны вершины треугольника ABC : $A(-3, -3)$, $B(5, -7)$, $C(7, 7)$. Найти:
 - уравнение стороны AB ;
 - уравнение высоты CH ;
 - уравнения медианы AM ;
 - координаты точки пересечения медианы AM и высоты CH ;
 - уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
 - расстояние от точки C до прямой AB .
- Составить уравнение линии, каждая точка M которой удовлетворяет следующему условию: отношение расстояний от точки M до точек $A(-3, 5)$ и $B(4, 2)$ равно $1/3$. Схематически построить линию.

- Привести к каноническому виду уравнение линий второго порядка

$$x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$$

и установить ее тип.

Форма контроля – контрольная работа.

Темы 4.2. Функция. Предел функции. **Тема 4.3.** Производные и дифференциалы. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

- Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 + 2x - 9x^2}{6 + 6x + 3x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{5x}$.
- Найти производную функции:
 - $y = \log_3 \arcsin \frac{\sqrt{x}}{x-5}$;
 - $y = (\cos x)^{\frac{2}{x}}$;
 - $\frac{y-2}{x^3} - \operatorname{tg}(x+5y) = 7^x$.

3. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$ для параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}.$$

4. Найти эластичность функции $y = -\frac{2}{x^3}$ в точке $x = 1$.

5. Найти дифференциал функции $y = e^x(x^2 + 2x)$ в точке $x = -1$.

6. Объем продукции u , выпускаемой рабочим в течение рабочего дня, выражается функцией $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$, где t – время в часах, причем $1 \leq t \leq 8$. Необходимо вычислить производительность труда и скорость ее изменения через 1 час после начала и за 1 час до окончания рабочего дня.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.4. Неопределенный интеграл. **Тема 4.5.** Определенный интеграл.
Тема 4.6. Функции нескольких переменных. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Вычислить интеграл:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int e^{\cos x} \sin x dx; & \text{б) } \int (x+6)e^{9x} dx; & \text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx; \\ \text{г) } \int \frac{(2x+3)dx}{\sqrt{x^2+3x-7}}; & \text{д) } \int_0^5 x\sqrt{4+xd} dx. & \end{array}$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 2x$, $y = x$.

3. Вычислить частные производные первого порядка функции $z = x^3 + y^2 - 3xy$.

4. Найти среднее значение затрат в денежных единицах на производство и реализацию продукции, имеющих вид $C(x) = 3x^2 + 4x + 2$, где x – объем продукции в условных единицах, если объем продукции меняется от 2 до 4 условных единиц. Указать объем продукции, при котором издержки принимают среднее значение.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.7. Дифференциальные уравнения. **Тема 5.1.** Числовые ряды. **Тема 5.2.** Функциональные и степенные ряды. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $(2x + 5)dy + ydx = 0$; б) $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$; в) $y'' - 5y' + 6y = x^2 - x$.

2. Пусть темп изменения производительности труда характеризуется функцией $f(t) = \frac{2t}{\sqrt{t^2 + 1}}$. Определить функцию производительности $y = y(t)$, если известно, что $y(0) = 1$.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n} \right)$

4. Найти радиус и область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.1. Общая задача линейного программирования. **Тема 6.2.** Двойственность в линейном программировании. **Тема 6.3.** Транспортная задача. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Предприятие может выпускать четыре вида продукции, используя для этого три вида ресурсов. Известна технологическая матрица $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ затрат любого из ресурсов на единицу каждой продукции, вектор $b \in \mathbb{R}^3$ объемов ресурсов и вектор $c \in \mathbb{R}^4$ удельной прибыли:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 116 \\ 94 \\ 196 \end{pmatrix}, \quad c = (48, 15, 11, 32).$$

Требуется составить производственную программу, обеспечивающую предприятию наибольшую прибыль при имеющихся ограниченных ресурсах. Тем самым, нужно решить следующую задачу линейного программирования:

$$cx \rightarrow \max,$$

$$Ax \leq b, \quad x \geq \mathbf{0}.$$

Если окажется, что в оптимальной производственной программе какие-то два вида продукции не должны выпускаться, то в матрице A нужно вычеркнуть два соответствующих столбца, составить математическую модель задачи оптимизации с двумя оставшимися переменными и решить графически.

2. Швейная мастерская изготавливает женские костюмы и платья из тканей двух видов. На платье расходуется ткани одного вида 1,5, второго 0,5 квадратных метров, на костюм соответственно 1,6 и 0,8 метров квадратных. Доход мастерской от реализации одного платья – 3 рубля. Определить, сколько платьев и костюмов необходимо сшить в мастерской, чтобы добиться наивысшей рентабельности производства, если ткани первого вида 141 метр квадратный, второго 63 метра квадратных.

3. В животноводческом совхозе на производство 1 ц молока затрачивается 25 рублей, среди них на трудовые затраты приходится 10, на материальные – 15 рублей. Производство 1 ц мяса обходится в 180 рублей, из которых стоимость трудовых затрат оставляет 100, материальных – 80 рублей. Государственные закупочные цены за 1 ц молока – 25 рублей, за 1 ц мяса – 200 рублей. Определить оптимальный план производства продукции животноводческого хозяйства совхоза (правлением совхоза выделено на животноводство 190000 рублей). Фонд заработной платы должен составить 100000 рублей, остальное идет на техническое оборудование ферм.

4. Найти минимум линейной формы $z = 2x_1 + x_2$ при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 6 \\ x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

Также найти двойственную задачу и решить ее.

5. Решить транспортную задачу методом потенциалов:

6	7	3	5	100
1	2	5	6	150
3	10	20	1	50
75	80	60	85	300

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика практических занятий

Занятие 1. Комплексные числа, действия над ними, геометрическая интерпретация, алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Элементы теории множеств.

Занятие 2. Векторы в пространстве, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их геометрический смысл.

Занятие 3. Понятие матрицы, операции над матрицами, вычисление определителей 2 и 3 порядка, определитель 4-го порядка, его вычисление при помощи теоремы Лапласа.

Занятие 4. Вычисление миноров и алгебраических дополнений, нахождение ранга матрицы и обратной матрицы.

Занятие 5. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом, исследование их на разрешимость при помощи теоремы Кронекера-Капелли. Метод Крамера.

Занятие 6. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Системы линейных алгебраических неравенств.

Занятие 7. Декартова система координат и прямая линия на плоскости.

Занятие 8. Общее уравнение кривой второго порядка, приведение его к каноническому виду, кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола.

Занятие 9. Понятие последовательности, предел последовательности, свойства сходящихся последовательностей. Техника вычисления пределов.

Занятие 10. Функции. Предел функции. Замечательные пределы, односторонние пределы. Применение пределов в экономике.

Занятие 11. Производная функции одной переменной. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцирование сложной, неявной функции, логарифмическая производная,

Занятие 12. Геометрические и экономические приложения производной. Производные высших порядков, формула Тейлора, правило Лопиталья.

Занятие 13. Исследование функции и построение ее графика. Теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа.

Занятие 14. Неопределённый интеграл. Основные методы вычисления: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.

Занятие 15. Неопределённый интеграл. Интегрирование рациональной, иррациональной функций, тригонометрических выражений.

Занятие 16. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления.

Занятие 17. Приложения определённого интеграла.

Занятие 18. Понятие функции двух переменных, вычисление предела функции двух переменных, вычисление частных производных первого и второго порядка.

Занятие 19. Экстремум функции двух переменных.

Занятие 20. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов.

Занятие 21. Дифференциальные уравнения первого порядка, основные понятия, метод изоклин, дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.

Занятие 22. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.

Занятие 23. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения со специальной правой частью.

Занятие 24. Числовые ряды, понятие сходимости числового ряда, необходимое условие сходимости, признаки Даламбера, Коши, сравнения.

Занятие 25. Функциональные ряды, область сходимости и сумма ряда.

Занятие 26. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости.

Занятие 27. Общая задача линейного программирования. Приведение общей задачи к каноническому виду. Решение канонической задачи линейного программирования симплекс методом. Графическое решение задачи для случая $n = 2$.

Занятие 28. Алгоритм симплекс метода. Табличный симплекс метод. Решение задач с использованием этого метода, когда система ограничений имеет предпочтительный вид.

Занятие 29. Метод искусственного базиса, решение задач с экономическим содержанием при помощи данного метода.

Занятие 30. Понятие двойственных задач, их решение и экономический смысл.

Занятие 31. Транспортная задача, математическая модель, методы ее решения. Решение транспортной задачи при помощи метода потенциалов.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме контрольных работ и реферата, согласно утвержденному графику.

Занятия по УСП (темы 2.1, 2.4, 2.5, 3.1, 3.2, 4.2 – 4.7, 5.1, 5.2, 6.1 – 6.3) проводятся в форме контрольных работ (задания выдаются в начале занятия).

Учащийся выбирает тему реферата с учётом специализации и личного интереса. На написание реферата дается два месяца, в течение которых преподаватель проводит общие и индивидуальные консультации по

оформлению реферата и подготовке презентации с использованием компьютерных технологий, выделению ключевых вопросов исследуемой темы. В конце семестра проводятся занятия, на которых студенты защищают свои работы.

Темы реферативных работ

1. Предел последовательности, применение этого понятия при решении экономических задач.
2. Числовые ряды и применение их в экономике.
3. Предел функции, методы его вычисления, применение этого понятия при решении задач с экономическим содержанием.
4. Производная функции, ее экономический смысл, применение при решении экономических задач.
5. Функции и применение функций при решении экономических задач.
6. Неопределенный интеграл, методы его вычисления, применение при решении задач с экономическим содержанием.
7. Определенный интеграл, его экономический смысл и применение при решении экономических задач.
8. Функции двух переменных, примеры их применения в экономике.
9. Исследование функций двух переменных на экстремум, применение при решении задач с экономическим содержанием.
10. Матрицы и определители, применение их в экономических моделях.
11. Обратная матрица и ее приложения в экономике.
12. Системы линейных алгебраических уравнений, их применение при решении экономических задач.
13. Прямая линия на плоскости, примеры линейных зависимостей в экономике.
14. Прямая линия в пространстве, различные виды уравнения прямой, применение при решении экономических задач.
15. Векторы в пространстве, применение их при решении экономических задач.
16. Общая задача линейного программирования, приведение к каноническому виду, примеры решения экономических задач с использованием методов линейного программирования.
17. Каноническая задача линейного программирования, решение экономических задач с использованием канонической задачи.
18. Графический симплекс метод, решение экономических задач с его помощью.
19. Линейные модели экономических и производственных процессов.
20. Модель международной торговли и ее связь с системами линейных алгебраических уравнений.
21. Матричные игры и их применение при решении экономических задач.
22. Приложения производной функции для решения экономических задач.

23. Математическая модель транспортной задачи, примеры решения экономических задач методом потенциалов.
24. Решение задач с экономическим содержанием при помощи симплекс метода.
25. Двойственная задача линейного программирования, ее экономический смысл.
26. Применение табличного симплекс метода для решения задач о максимизации прибыли.
27. Применение дифференциальных уравнений для решения экономических задач.
28. Применение матриц при построении экономико-математических моделей.
29. Решение экономических задач при помощи определенного интеграла.
30. Математические модели в финансовых операциях.

Примерный перечень вопросов к зачету (1 семестр)

1. Роль и место математики в экономике.
2. Комплексные числа и действия над ними.
3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел.
4. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа.
5. Векторы в пространстве, скалярное произведение векторов.
6. Векторное, смешанное произведение векторов и их геометрический смысл.
7. Понятие матрицы, виды матриц, действия над матрицами.
8. Определители 2 и 3 порядка, определитель n -го порядка.
9. Миноры и алгебраические дополнения, теорема Лапласа.
10. Понятие ранга матрицы и обратной матрицы.
11. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли.
12. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
13. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
14. Системы линейных неравенств, графический метод решения в случае двух переменных.
15. Метод координат, прямая линия на плоскости, различные виды уравнения прямой на плоскости.
16. Прямая и плоскость в пространстве, различные виды уравнения плоскости.
17. Общее уравнение кривой второго порядка, кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола.
18. Понятие последовательности, предел последовательности, свойства сходящихся последовательностей.
19. Понятие функции, основные элементарные функции.

20. Понятие предела функции, свойства пределов.
21. Замечательные пределы, односторонние пределы функции.
22. Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования.
23. Таблица производных основных элементарных функций.
24. Дифференцирование сложной и неявной функций, логарифмическая производная.
25. Понятие дифференциала и его геометрический смысл.
26. Дифференциалы высших порядков.
27. Исследование функции с помощью производной, необходимое и достаточные условия экстремума.
28. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа, схема исследования функции.

Примерный перечень вопросов к экзамену (2 семестр)

1. Роль и место математики в экономике.
2. Комплексные числа и действия над ними.
3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел.
4. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа.
5. Векторы в пространстве, скалярное произведение векторов.
6. Векторное, смешанное произведение векторов и их геометрический смысл.
7. Понятие матрицы, виды матриц, действия над матрицами.
8. Определители 2 и 3 порядка, определитель n -го порядка.
9. Миноры и алгебраические дополнения, теорема Лапласа.
10. Понятие ранга матрицы и обратной матрицы.
11. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли.
12. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
13. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
14. Системы линейных неравенств, графический метод решения в случае двух переменных.
15. Метод координат, прямая линия на плоскости, различные виды уравнения прямой на плоскости.
16. Прямая и плоскость в пространстве, различные виды уравнения плоскости.
17. Общее уравнение кривой второго порядка, кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола.
18. Понятие последовательности, предел последовательности, свойства сходящихся последовательностей.
19. Понятие функции, основные элементарные функции.
20. Понятие предела функции, свойства пределов.
21. Замечательные пределы, односторонние пределы функции.
22. Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования.
23. Таблица производных основных элементарных функций.

24. Дифференцирование сложной и неявной функций, логарифмическая производная.
25. Понятие дифференциала и его геометрический смысл.
26. Дифференциалы высших порядков.
27. Исследование функции с помощью производной, необходимое и достаточные условия экстремума.
28. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа, схема исследования функции.
29. Понятие неопределенного интеграла, свойства неопределенного интеграла.
30. Таблица интегралов основных элементарных функций.
31. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
32. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
33. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен.
34. Интегрирование рациональной функции.
35. Интегрирование иррациональной функции.
36. Интегрирование тригонометрических выражений.
37. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.
38. Формула Ньютона-Лейбница
39. Формула замены переменной в определенном интеграле.
40. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
41. Свойства определенного интеграла.
42. Геометрические приложения определенного интеграла.
43. Понятие функции двух переменных, предел функции двух переменных.
44. Понятие частной производной первого порядка.
45. Частные производные второго порядка.
46. Исследование функции двух переменных на экстремум, теорема об экстремуме.
47. Дифференциальные уравнения первого порядка, основные понятия, метод изоклин.
48. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений.
49. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка и уравнения Бернулли.
50. Уравнения в полных дифференциалах, методы их решения.
51. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, методы их решения.
52. Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков, методы их решения.
53. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения со специальной правой частью, методы их решения.
54. Применение дифференциальных уравнений при решении экономических задач.
55. Числовые ряды, понятие сходимости числового ряда, необходимое условие сходимости.

56. Признаки Даламбера, Коши сходимости рядов с положительными членами.
57. Признак сравнения, предельный признак сравнения для рядов с положительными членами.
58. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость, признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
59. Понятие степенного ряда, сходимость степенного ряда.
60. Радиус сходимости, интервал и отрезок сходимости степенного ряда.

**Примерный перечень вопросов к зачету
(3 семестр)**

1. Общая задача линейного программирования, каноническая задача.
2. Приведение общей задачи к каноническому виду, понятие базиса.
3. Алгоритм симплекс метода.
4. Решение задачи линейного программирования графически в случае двух переменных.
5. Табличный симплекс метод.
6. Примеры решения экономических задач симплекс методом.
7. Метод искусственного базиса, решение задач с экономическим содержанием при помощи данного метода.
8. Принцип двойственности в линейном программировании.
9. Понятие двойственных задач, их решение и экономический смысл.
10. Двойственный симплекс метод.
11. Транспортная задача, математическая модель.
12. Методы решения транспортной задачи.
13. Пример решения транспортной задачи при помощи метода потенциалов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Экономическая теория	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2023)
Микроэкономика	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2023)
Макроэкономика	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.202)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
	Утвержден образовательный стандарт общего высшего образования по специальности 6-05-0311-03 Мировая экономика ОСВО 6-05-0311-03-2023 Программа актуальна, вносить изменения не требуется	Постановление Министерства образования Республики Беларусь 01.08.2023, № 220

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № 4 от 13.11 2023 г.)

Заведующий кафедрой

_____ Самаль С.А. _____

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____ Босяков С.М. _____