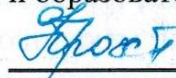


Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям



О.Г. Прохоренко

« 29 » июня 2023 г.

Регистрационный № УД- 12453 /уч



*Теория игр*

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

Направление специальности

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01--2021, типового учебного плана № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов: № G31-1-004/уч. от 25.05.2021, № G31-1-243/уч. ин. от 27.05.2022.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Виктор Иванович Бахтин**, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Пыжкова Ольга Николаевна**, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики

(протокол № 13 от 22.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ

(протокол № №9 от 29.06.2023)

Зав. кафедрой ФАиАЭ, профессор\_



А.В. Лебедев

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Цель** учебной дисциплины «Теория игр» – повышение уровня специального математического образования студентов специальности «математика (экономическая деятельность)». В частности, ознакомление с основными методами формализации конфликтных ситуаций в экономической деятельности и способами их разрешения, развитие у студентов логического мышления, навыков математического моделирования конфликтных ситуаций и поиска оптимальных стратегий поведения, обеспечивающих участникам конфликта максимальную выгоду.

### **Задачи учебной дисциплины:**

1. Усвоение навыков формализации конфликтных ситуаций.
2. Усвоение способов поиска оптимальных решений для конфликтных ситуаций

**Место учебной дисциплины.** В системе подготовки специалиста с высшим образованием учебная дисциплина относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных **связей** и программ по дисциплинам: «Алгебра и теория чисел», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математический анализ».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Теория игр» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

#### ***универсальные*** компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;

#### ***базовые профессиональные*** компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы при решении теоретических и прикладных математических задач

#### ***специализированные*** компетенции:

СК-2. Применять ключевые методы защиты информационных систем при реализации криптоприложений

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### **знать:**

- определение игры в нормальной, развернутой и байесовской формах;
- доминирующие и недоминируемые стратегии;

- осторожные стратегии;
- оптимальные по Парето исходы;
- матричные и биматричные игры;
- смешанные и поведенческие стратегии;
- седловые точки и равновесия Нэша;
- совершенные и секвенциальные равновесия;
- свойства равновесий в повторяющихся играх;
- способы формализации аукционов;

**уметь:**

- формализовать игру в нормальной, развернутой, байесовской форме;
- находить равновесия методом последовательного исключения доминируемых стратегий;
- находить равновесия в позиционных играх методом Цермело–Куна;
- находить равновесия в смешанных расширениях матричных и биматричных игр графоаналитическим методом;
- находить совершенные и секвенциальные равновесия;

**владеть:**

- основными понятиями рационального поведения игроков в условиях общего знания и неполной информации.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в шестом семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория игр» отведено:

- в очной форме получения высшего образования: 182 часа, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, семинарские, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет   3   зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

- Тема 1.** Игры в развернутой форме.
- Тема 2.** Игры в нормальной форме.
- Тема 3.** Смешанные и поведенческие стратегии.
- Тема 4.** Разумность, эгоизм, общее знание.
- Тема 5.** Доминирующие и недоминируемые стратегии.
- Тема 6.** Осторожные стратегии.
- Тема 7.** Оптимальность по Парето.
- Тема 8.** Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска.
- Тема 9.** Смешанные расширения бесконечных игр.
- Тема 10.** Антагонистические игры и седловые точки.
- Тема 11.** Секвенциальные равновесия.
- Тема 12.** Совершенные равновесия.
- Тема 13.** Повторяющиеся игры.
- Тема 14.** Коррелированные равновесия.
- Тема 15.** Байесовские игры и аукционы.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Игры в развернутой форме	4			4			
2	Игры в нормальной форме	2			2			
3	Смешанные и поведенческие стратегии	2			2			
4	Разумность, эгоизм, общее знание	2			2			
5	Доминирующие и недоминируемые стратегии	2			2			собеседование
6	Осторожные стратегии	2			4			
7	Оптимальность по Парето	2			2		2	контрольная работа по темам №1-7
8	Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска	4			4			
9	Смешанные расширения бесконечных игр	2			–			
10	Антагонистические игры и седловые точки	2			2		2	контрольная работа о темам № 8-11
11	Секвенциальные равновесия	2			2			
12	Совершенные равновесия	2			2			
13	Повторяющиеся игры	2			–			

14	Коррелированные равновесия	2			–			
15	Байесовские игры и аукционы	2			2			Отчет по аудиторным упражнениям, собеседование
	<b>Всего</b>	<b>34</b>			<b>30</b>		4	

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Перечень основной литературы**

1. Лабскер Л. Г., Яценко Н. А. Теория игр в экономике, финансах и бизнесе. Учебник. Издательство: Кнорус, 2020 г.

### **Перечень дополнительной литературы**

1. Бахтин В.И. Теория игр. Конспект лекций.
2. Писарук Н.Н. Введение в теорию игр. – Минск, БГУ, 2015.
3. Мулен Р. Теория игр и экономические приложения. 1979.
4. Оуэн Г. Теория игр. 1971.
5. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. 1998.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: опрос, собеседования, контрольные работы.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория игр» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию (точки контроля):

- отчет по аудиторным упражнениям, собеседование – 40 %;
- результаты контрольных работ – 60 %;

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 30% и экзаменационной отметки – 70%.



## Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

**Тема 1.** Игры в развернутой форме. **Тема 2.** Игры в нормальной форме.  
**Тема 3.** Смешанные и поведенческие стратегии. **Тема 4.** Разумность, эгоизм, общее знание. **Тема 5.** Доминирующие и недоминируемые стратегии.  
**Тема 6.** Осторожные стратегии. **Тема 7.** Оптимальность по Парето. (2ч)

**Задача 1.** Найти решение игры

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

**Задача 2.** Найти множество недоминируемых стратегий игрока  $A$ , если множество его стратегий  $X = [-4, 0]$ , множество стратегий игрока  $B$  есть  $Y = \{0, 1\}$ , а функция выигрыша игрока  $A$  есть

$$u_A(x, y) = 10y \cos x + 5(1 - y) \sin x.$$

**Задача 3.** Найти равновесия по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях в биматричной игре

$$\begin{bmatrix} (2; 2) & (5; 1) \\ (9; 3) & (4; 4) \end{bmatrix}$$

**Задача 4.** Дана биматричная игра. Найти: а) равновесия по Нэшу в чистых стратегиях; б) равновесия по Парето; в) осторожные стратегии каждого игрока; г) недоминируемые стратегии каждого игрока. Вычислить минимальные гарантированные выигрыши каждого игрока.

$$\begin{bmatrix} (5; 7) & (5; 4) & (6; 5) \\ (5; 3) & (2; 4) & (4; 3) \\ (3; 3) & (8; 5) & (3; 2) \end{bmatrix}$$

**Форма контроля** – контрольная работа

**Тема 8.** Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска. **Тема 9.** Смешанные расширения бесконечных игр. **Тема 10.** Антагонистические игры и седловые точки. (2ч)

**Задача 5.** Задана игра двух лиц  $G = (X, Y, u_1, u_2)$ , где  $X, Y$  — компактные множества и функции  $u_1, u_2$  непрерывны. Будут ли замкнуты множества  $ND_i$  недоминируемых стратегий  $i$ -го игрока?

**Задача 6.** Найти равновесия в чистых и смешанных стратегиях, а также отвечающие им выигрыши в биматричной игре

(6; 5)    (1; 2)    (2; 7)  
(3; -4)    (6; 1)    (-3; -4)

**Задача 7.** Есть две кучки из 5 камней и из 8 камней. Два игрока ходят по очереди. За один ход можно забрать либо произвольное число камней из одной кучки, либо одинаковое число камней из обеих. Забравший последний камень выигрывает. Кто выиграет?

**Форма контроля** – *контрольная работа*

### Примерная тематика лабораторных занятий <sup>1</sup>

**Занятие 1.** Игры в развернутой форме.

**Занятие 2.** Игры в нормальной форме.

**Занятие 3.** Смешанные и поведенческие стратегии.

**Занятие 4.** Разумность, эгоизм, общее знание.

**Занятие 5.** Доминирующие и недоминируемые стратегии.

**Занятие 6.** Осторожные стратегии.

**Занятие 7.** Оптимальность по Парето.

**Занятие 8.** Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска.

**Тема 9.** Смешанные расширения бесконечных игр.

**Занятие № 10.** Антагонистические игры и седловые точки.

**Занятие № 11.** Секвенциальные равновесия.

**Занятие № 12.** Совершенные равновесия.

**Занятие № 13.** Повторяющиеся игры.

**Занятие № 14.** Коррелированные равновесия.

**Занятие № 15.** Байесовские игры и аукционы

### Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *метод учебной дискуссии*, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и согласования существующих позиций в определенной задаче.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний при решении задач, определение способов их решения.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Дерево игры, корень, путь игры, альтернативы, конечные вершины.
2. Игры в развернутой форме.
3. Совершенные память и информация.
4. Игры в нормальной форме. Биматричные игры.
5. Чистые, смешанные, поведенческие стратегии.
6. Дерево вероятностей.
7. Поведенческое представление смешанных стратегий.
8. Эквивалентность смешанных стратегий. Теорема Куна.
9. Разумность, эгоизм, общее знание.
10. Доминирующие, недоминируемые, эквивалентные стратегии.
11. Последовательное исключение доминируемых стратегий.
12. Алгоритм Куна. Условие взаимной однозначности.
13. Осторожные стратегии. Минимум и максимум.
14. Теорема о существовании осторожных стратегий.
15. Оптимумы по Парето. Теорема об их существовании.
16. Правила принятия решений и равновесия Нэша.
17. Теорема Какутани о неподвижной точке.
18. Теорема Нэша о существовании равновесий.
19. Несовершенство равновесий Нэша.

20. Связь равновесий Нэша в играх, подыграх и смешанных расширениях.
21. Алгоритм перебора носителей для поиска равновесий Нэша.
22. Графоаналитический метод поиска равновесий Нэша.
23. Смешанные расширения бесконечных игр. Теорема Гликсберга.
24. Антагонистические и матричные игры.
25. Нижняя и верхняя цена матричной игры.
26. Седловые точки, их связь с ценой игры и осторожными стратегиями.
27. Теорема фон Неймана о седловой точке.
28. Поиск седловой точки методом линейного программирования.
29. Равновесия, совершенные относительно подыгр. Их существование.
30. Слабые секвенциальные равновесия.
31. Связь слабых секвенциальных равновесий с равновесиями Нэша.
32. Сильные секвенциальные равновесия. Их существование.
33. Совершенные равновесия для стратегических игр. Их существование.
34. Повторяющиеся игры. Суперстратегии.
35. Определение выигрышей в повторяющихся играх.
36. «Народная» теорема для суперигр.
37. Коррелированные равновесия.
38. Байесовские игры и равновесия в них.
39. Аукционы с линейными бидами.
40. Аукционы с непрерывными симметричными бидами.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО  
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_