

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД - 603/н.



АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной
дисциплине для специальности:

7-07-1035–01 Прикладная криптография

Минск, 2023

Учебная программа составлена на основе примерного учебного плана регистрационный № 7-07-10-001/пр. от 13.02.2023 и учебного плана БГУ № 7- 5.15-72/01 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Дмитрий Федорович Базылев – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Сергей Гаврилович Кононов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Глеб Олегович Кукрак – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Владимир Владимирович Шлыков профессор кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор педагогических наук, профессор;

Геннадий Васильевич Матвеев, доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 12 от 23.05.2023);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой
геометрии, топологии и
методики преподавания математики



Д.Ф. Базылев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

«Аналитическая геометрия» является основной дисциплиной, которая обеспечивает геометрическую составляющую в математическом образовании студентов, обучающихся по специальности 7-07-1035-01 «Прикладная криптография». Понятия и основные результаты аналитической геометрии используются при изучении таких дисциплин как «Алгебра», «Дифференциальное и интегральное исчисление», а также ряда специальных дисциплин.

Цели и задачи учебной дисциплины

Главными **целями** учебной дисциплины «Аналитическая геометрия» являются:

- более полное изучение по сравнению с элементарной геометрией таких разделов математики как *векторы, прямые и плоскости, фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве*;
- овладение основным методом исследования в аналитической геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области аналитической геометрии для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие **задачи**:

- определяется понятие геометрического вектора как класса эквивалентных направленных отрезков. Излагается векторная алгебра, используемая в дальнейшем как основной инструмент построения аналитической геометрии;
- всесторонне изучаются фигуры первого и второго порядков, являющиеся основными объектами исследования в аналитической геометрии;

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия» относится **к модулю** «Геометрия и алгебра» государственного компонента.

Изучение аналитической геометрии в течение всего срока обучения проходит во **взаимосвязи** с изучаемыми параллельно дисциплинами «Алгебра» и «Дифференциальное и интегральное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

углубленная профессиональная компетенция:

УПК-2. Разрабатывать новые методы исследования, изменять научный профиль деятельности, осуществлять инновационную научно-образовательную деятельность, порождать инновационные идеи, выдвигать самостоятельные гипотезы в своей предметной области.

базовые профессиональные компетенции:

БПК-1. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-3. Использовать методы алгебры и аналитической геометрии при решении задач в области прикладной криптографии.

В соответствии с образовательным стандартом в результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- векторы в E^3 , операции над векторами;
- эллипсы, гиперболы, параболы, эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, их канонические уравнения и свойства;

уметь:

- выполнять операции над векторами;
- записывать общие и параметрические уравнения прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве, определять их взаимное расположение; находить расстояния между ними;
- по общему уравнению фигуры второго порядка в E^2 и E^3 определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат;

владеть:

- методом координат при решении основных задач аналитической геометрии.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 семестре очной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия» отведено 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, из них: лекции – 32 часа, практические занятия – 32 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Формы промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Векторы

Тема 1.1. Введение.

Роль геометрии в математике и ее приложениях. Предмет и методы аналитической геометрии.

Тема 1.2. Понятие вектора.

Направленные отрезки. Векторы как классы эквивалентных направленных отрезков. Длина вектора. Откладывание вектора от точки. Величина угла между векторами. Коллинеарные и компланарные системы векторов.

Тема 1.3. Линейные операции над векторами.

Сложение векторов, свойства операции сложения. Умножение векторов на числа, свойства этой операции. Линейные комбинации векторов.

Тема 1.4. Проекции.

Определения и основные свойства параллельного проектирования на плоскости и в пространстве.

Тема 1.5. Базисы и координаты векторов.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы и координаты векторов. Ориентация прямой, плоскости и пространства.

Тема 1.6. Полилинейные операции над векторами.

Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Формулы преобразования координат векторов.

Раздел 2. Прямые и плоскости

Тема 2.1. Системы координат. Фигуры и уравнения

Аффинные реперы (декартовы системы координат) на прямой, на плоскости и в пространстве. Координаты точки в данном репере. Ортонормированные реперы (прямоугольные декартовы системы координат). Полярные, сферические и цилиндрические системы координат. Формулы преобразования аффинных координат точек. Два основных способа задания фигуры: параметризация фигуры и задание фигуры с помощью уравнения.

Тема 2.2. Прямые на плоскости E^2 .

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их уравнениям. Пучок прямых. Формулы для вычисления расстояния от точки до прямой и величины угла между прямыми. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя неизвестными.

Тема 2.3. Плоскости и прямые в пространстве E^3 .

Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Определение взаимного расположения двух плоскостей по их уравнениям. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Определение взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве по их уравнениям. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости в пространстве. Геометрический смысл линейного неравенства с 3 неизвестными.

Раздел 3. Фигуры второго порядка

Тема 3.1. Эллипс, гипербола, парабола.

Эллипс – различные определения, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Гипербола – определение, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола – каноническое уравнение, фокус и директриса. Параметрические задания эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.

Тема 3.2. Фигуры второго порядка на плоскости E^2 .

Общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости, приведение его к каноническому виду. Девять типов фигур второго порядка на плоскости.

Тема 3.3. Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры.

Фигуры вращения, цилиндрические и конические фигуры в пространстве. Преобразование сжатия пространства и переход от фигур вращения второго порядка к фигурам общего вида. Эллипсоиды вращения, трехосные эллипсоиды. Эллиптические параболоиды. Однополостные и двуполостные гиперболоиды. Цилиндры второго порядка – эллиптический, параболический, гиперболический. Конусы второго порядка.

Тема 3.4. Фигуры второго порядка в пространстве E^3 .

Понятие фигуры второго порядка в пространстве. Метод сечений исследования формы пространственной фигуры на примере гиперболического параболоида. Описание фигур второго порядка в пространстве, их канонические уравнения. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Плоские сечения пространственных фигур второго порядка.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением
дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Векторы	12	12					
1.1	Введение	1						
1.2	Понятие вектора	2						Опрос
1.3	Линейные операции над векторами	2	4					Опрос
1.4	Проекции	2						Опрос
1.5	Базисы и координаты векторов	2	3					Опрос
1.6	Полилинейные операции над векторами	3	5					Контрольн ая работа
2	Прямые и плоскости	10	10					
2.1	Системы координат. Фигуры и уравнения	2	2					Опрос
2.2	Прямые на плоскости E^2	4	4					Опрос
2.3	Плоскости и прямые в пространстве E^3	4	4					Контрольн ая работа
3	Фигуры второго порядка	10	10					
3.1	Эллипс, гипербола, парабола	4	4					Опрос
3.2	Фигуры второго порядка на плоскости E^2	2	2					Отчет по индивиду альному заданию
3.3	Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры	2	2					Опрос
3.4	Фигуры второго порядка в пространстве E^3	2	2					Опрос
	Всего по учебной дисциплине	32	32					Экзамен

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Александров, П. С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / П. С. Александров. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 512 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/242861>.
2. *Березкина Л.Л.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебник. – Минск, РИВШ, 2022. – 412 с.
3. *Кононов, С. Г.* Аналитическая геометрия : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / С. Г. Кононов ; БГУ. - Минск : БГУ, 2014. - 238 с. - <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113440>.
4. *Клетеник, Д. В.* Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - Изд. 17-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. - 223 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/187823>.
5. *Постников М. М.* Аналитическая геометрия / Постников М. М. - 3-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 416 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210347>

Перечень дополнительной литературы

6. *Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Минск: Университетское, 1999. – 302 с.
7. *Моденов П.С., Пархоменко А.С.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – М., Наука, 1976.– 384 с.
8. *Кострикин А.И., Манин Ю.И.* Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1986. – 303 с.
9. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 336 с.
10. *Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.
11. *Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика

формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для оценки соответствия достижений и уровня знаний студентов требованиям программы используется следующий диагностический инструментарий:

- контрольная работа;
- устный опрос;
- отчет по индивидуальному заданию.

При оценивании устных ответов учитываются полнота, глубина, обоснованность и точность изложения материала, степень осознанности изученного материала, подтверждение теоретических фактов примерами, грамотность речи.

Оценка за выполнение индивидуальных заданий отражает степень самостоятельности выполнения задания, соответствие теоретическим положениям, творческий подход.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Аналитическая геометрия» учебным планом предусмотрен **экзамен** в первом семестре.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- контрольные работы – 40 %;
- отчет по индивидуальным заданиям – 20 %;
- устные опросы – 40%;

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей аттестации составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

Примерная тематика практических занятий

Номера [6] и [7] соответствуют источникам в перечне основной литературы).

Фигуры и уравнения

Занятие 1.

Фигура – любое множество точек Φ пространства E^3 , в том числе и пустое. Аналитическая геометрия изучает фигуры с помощью алгебры,

используя **метод координат**. Фигура называется **плоской**, если существует плоскость, в которой лежат все точки фигуры.

Вначале будем рассматривать плоские фигуры, лежащие в плоскости E^2 . Если Oxy – система координат на плоскости, то любая фигура $\Phi \subset E^2$ может быть задана уравнением с двумя неизвестными:

$$F(x, y) = 0. \quad (1)$$

Здесь F – функция двух вещественных переменных $x, y \in \mathbb{R}$, т.е. некоторое правило, по которому упорядоченной паре вещественных чисел (x, y) из области определения $D(F)$ функции F ставится в соответствие число $F(x, y) \in \mathbb{R}$. Тот факт, что (1) – уравнение фигуры Φ означает, по определению, что Φ состоит из всех точек плоскости, координаты которых являются решениями уравнения (1), т.е.

$$\Phi = \{M(c_1, c_2) \in E^2 \mid (c_1, c_2) \text{ - решение (1)}\}.$$

Любое уравнение (1) задает на плоскости вполне определенную фигуру, однако одна и та же фигура может быть задана различными уравнениями.

Далее будем решать задачи двух типов: имея уравнение (1), определять (рисовать) соответствующую фигуру и наоборот для данной фигуры составлять уравнение (1), которое ее задает.

Нарисуйте фигуры, которые задаются уравнениями:

1. $x + y - 2 = 0$;
2. $y^2 - 4y - 2x + 4 = 0$;
3. $x^2 + y^2 + x + y = 0$;
4. $xу + 2 = 0$.

Составьте уравнения следующих фигур:

1. вертикальной (горизонтальной) прямой, проходящей через точку $M_0(2, -3)$;
2. произвольной окружности с центром в точке $M_0(x_0, y_0)$ и радиусом $r > 0$.
3. точки $M_0(2, -3)$.

Основная задача. Пусть F_1 и F_1 – точки плоскости, расстояние между которыми равно $2c > 0$. Составьте уравнение фигуры, состоящей из всех точек плоскости, для которых сумма расстояний до F_1 и F_1 равна $2a$, $a > c$. Нарисуйте данную фигуру.

Задание на дом.

1. Нарисуйте фигуры, которые задаются условиями:

- 1) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$;
- 2) $|x - 2| + |y + 2| = 2$;
- 3) $\max\{|x - 2|, |y + 2|\} = 2$.

2. Составьте уравнение дwoеточия.

3. Пусть F_1 и F_1 – точки плоскости, расстояние между которыми равно $2c > 0$. Составьте уравнение фигуры, состоящей из всех точек плоскости,

для которых разность расстояний до F_1 и F_2 равна $2a$, $a < c$. Нарисуйте данную фигуру.

Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.

2. Определить полярную систему координат. Записать связь между полярными и декартовыми координатами. (см. § 6.1 П.С. Моденов, А.С. Пархоменко).

3. Задачи.

1) Напишите в полярной системе координат уравнения а) окружности с центром в начале координат; б) вертикальной (горизонтальной) прямой, проходящей через точку $M_0(2, -3)$;

2) Нарисуйте фигуры, заданные уравнениями в полярной системе координат: а) $r = \varphi$; б) $r = \sin n \varphi$; $n = 1, 2, 3, 4$.

4. Определить системы координат в пространстве: декартову прямоугольную, сферическую и цилиндрическую. Записать связь между сферическими (цилиндрическими) и декартовыми координатами. (см. § 6.2 [3]).

Задание на дом.

1. Нарисуйте фигуру, которая задается в полярной системе координат уравнением $r = 2(1 - \cos \varphi)$.

2. Пусть F_1 и F_2 – точки плоскости. Составьте уравнение фигуры, состоящей из всех точек плоскости, для которых отношение расстояний до F_1 и F_2 равно $k > 0$. Нарисуйте данную фигуру.

3. Какая фигура в пространстве в декартовой прямоугольной системе координат задается уравнением $x^2 + y^2 = z^2$?

Векторы

Занятие 3. В аудитории: [7], № 1; 4; 11; 19; 14... На дом: [7], № 8; 22; 15; ...

Занятие 4. В аудитории: [7], № 23; 25; 28; 32; 43... На дом: [7], № 26; 42; 29

Занятие 5. (скалярное произведение векторов). [6], № 419; 420; 424; 445; М.П.: 144(!); 148... На дом: [6], № 423; 428; 446; М.П.: 145; 149...

Занятия 6 и 7. (векторное и смешанное произведения векторов). В аудитории: [6], № 461; 465; 468; 470; 489; 490; М.П.: 175; 196; 209... На дом: [6], № 467; 472; 474; 491; 501; [3], № 177; 197; 208...

Занятие 8. – контрольная работа по векторам.

Прямые и плоскости

Занятия 9 – 11. (прямая на плоскости). В аудитории: [7], № 363; 367; 383; 391; 405; 416; 423; 431; 433; 446; 450; 465; 473... На дом: [7], № 364; 368; 387; 406; 418; 424; 434; 451; 457; 460; ...

Занятия 12 – 14. (плоскость и прямая в пространстве). В аудитории: [7], № 491; 492; 500; 504; 530; 534; 539; 567; 580; 578; 606; 585; ... На дом: [7], № 514; 512; 520; 532; 537; 569; 582; 583; 604; 621; ...

Занятие 15. – контрольная работа по прямым и плоскостям.

Фигуры 2 порядка на плоскости

Занятие 16. В аудитории: [7], № 759; 760; 769; 805 (1, 6, 8, 10); 807(1,.14). На дом: [7], № 761; 762; 733; 805 (3, 7, 11); 807 и др. (каждому студенту индивидуальное задание).

Содержание контрольных работ и индивидуальных заданий

Тема 1.6. Полилинейные операции над векторами

Контрольная работа № 1

Примерный перечень заданий:

1. Пусть M – точка пересечения медиан треугольника ABC . Выразите векторы $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.

2. Пусть $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ – правый ортонормированный базис. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Найдите: 1) координаты вектора $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; 2) величину угла между векторами \vec{b} и \vec{c} ; 3) длину вектора $\vec{c} \times \vec{b}$; 4) смешанное произведение $\vec{b}\vec{c}\vec{d}$.

3. Найдите длину вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – компланарные векторы такие, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 5$; величины углов между векторами \vec{a} и \vec{b} , а также между \vec{b} и \vec{c} равны $\frac{\pi}{3}$.

4. Объем параллелепипеда $ABCD A' B' C' D'$ равен 10. E, F, G – точки пересечения диагоналей граней параллелепипеда, не проходящих через вершину A . Найдите объем пирамиды $A E F G$.

5. ABC – равносторонний треугольник, вписанный в окружность радиуса R , M – точка окружности, отличная от A, B, C . Найдите $|\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MB}|^2 + |\overrightarrow{MC}|^2$.

Тема 2.3. Плоскости и прямые в пространстве E^3

Контрольная работа № 2

Примерный перечень заданий:

1. Дана прямая Δ :
$$\begin{cases} x = -1 + 3t, \\ y = 2 - 2t. \end{cases}$$

1) Для прямой Δ найдите: направляющий вектор; нормальный вектор; угловой коэффициент; общее уравнение.

2) Напишите уравнения прямых Δ_1 и Δ_2 , параллельных Δ и отстоящих от Δ на расстояние $d = \sqrt{13}$.

3) Найдите точку, симметричную точке $M(6, 6)$ относительно прямой Δ .

2. Даны точки $A(3,5)$ и $B(-1,-2)$. На прямой $7x - 6y + 1 = 0$ найдите точку такую, что площадь треугольника ABC равна 1.

3. Найдите точки пересечения прямой $\begin{cases} 6x + 2y - z - 9 = 0, \\ 3x + 2y + 2z - 12 = 0 \end{cases}$ с координатным плоскостями.

4. Луч света проходит через точку $M_1(1, -1, -1)$ и, отразившись от плоскости $\pi: x - y - z - 6 = 0$, проходит через точку $M_2(-1, 2, 0)$. Напишите уравнения прямых, содержащих соответственно лучи падающий и отраженный.

Тема 3.2. Фигуры второго порядка на плоскости E^2

Индивидуальные задания (примерные варианты)

1. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0.$$

2. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$$4x^2 + 12xy - y^2 - 8x - 12y - 5 = 0.$$

3. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$$16x^2 + 24xy + 9y^2 + 110x - 230y - 475 = 0.$$

4. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$$5y^2 + 12xy - 12x - 22y - 19 = 0.$$

5. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$$x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0.$$

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие подходы и методы:

- *эвристический*, ориентированный на: - осуществление студентами лично-значимых открытий в процессе подготовки к практическим занятиям по методике преподавания математики; - демонстрацию многообразия решений математических задач, методов, форм, средств и приемов организации учебной деятельности школьников; - творческую самореализацию студентов в процессе создания планов-конспектов уроков и их видеофрагментов; - индивидуализацию обучения

через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;

- **практико-ориентированный**, предполагающий: - освоение содержания образования через решения практических задач; - приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; - использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;

- **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности студентов, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

В процессе *самостоятельной работы* по дисциплине «Аналитическая геометрия» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- подготовка к различным формам контроля знаний (контрольной работе, экзамену);
- поиск и изучение понятий и фактов из параллельно изучаемых-дисциплин «Алгебра», «Дифференциальное и интегральное исчисление», необходимых для усвоения дисциплины «Аналитическая геометрия»;
- выполнение общих и индивидуальных домашних заданий;
- подбор необходимой литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет.

Критерием оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Аналитическая геометрия», является уровень усвоения учебного материала, который проверяется и оценивается при выполнении контрольных работ, индивидуальных заданий и при сдаче экзамена.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Эквивалентные направленные отрезки.
2. Понятие вектора. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Операция сложения векторов и ее свойства.
4. Операция умножения векторов на числа и ее свойства.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
6. Геометрические критерии линейной зависимости.

7. Алгебраические критерии линейной зависимости.
8. Проекции и их свойства.
9. Базисы. Координаты вектора в данном базисе.
10. Формулы преобразования координат векторов при переходе от одного базиса к другому.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства.
12. Векторное произведение векторов и его свойства.
13. Смешанное произведение векторов и его свойства.
14. Критерии компланарности трех векторов.
15. Аффинные реперы. Координаты точки в данном репере. Формулы преобразования координат точек при переходе от одного репера к другому.
16. Формулы преобразования координат точек на плоскости при переходе от одной прямоугольной системы координат к другой.
17. Различные виды уравнений прямой на плоскости E^2 .
18. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их уравнениям.
19. Величина угла между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
20. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя переменными.
21. Плоскость в пространстве E^3 . Различные виды уравнений плоскости.
22. Определение взаимного расположения двух плоскостей по их уравнениям.
23. Прямая в пространстве E^3 . Различные виды уравнений прямой в E^3 .
24. Определение взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве E^3 .
25. Расстояние от точки до плоскости и расстояние от точки до прямой в пространстве E^3 .
26. Эллипс.
27. Гипербола.
28. Парабола.
29. Фигуры второго порядка на плоскости E^2 .
30. Единое определение эллипса, гиперболы и параболы с помощью фокуса и директрисы.
31. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе.
32. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
33. Фигуры вращения в пространстве E^3 .
34. Цилиндрические и конические фигуры в пространстве E^3 .
35. Эллипсоиды.
36. Гиперболоиды.
37. Эллиптические параболоиды.
38. Гиперболические параболоиды.
39. Фигуры второго порядка в пространстве E^3 .
40. Плоские сечения пространственных фигур второго порядка.
41. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
УВО**

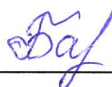
Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Алгоритмическая теория чисел	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 23.05.2023)
Алгебра	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 23.05.2023)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на 2023/2024 учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1.	<p>Утверждён образовательный стандарт высшего образования по специальности 7-07-1035-01 «Прикладная криптография»</p> <p>Программа актуальна, вносить изменения не требуется.</p>	<p>Постановление Министерства образования Республики Беларусь, № 251 от 10.08.2023</p>

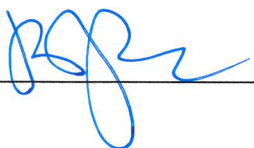
Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики БГУ (протокол № 4 от 17.11.2023 г.)

Заведующий кафедрой
к.ф.-м.н., доцент



Д.Ф. Базылев

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
д.ф.-м.н., профессор



С.М. Босяков