

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12389/уч.



ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

- | | |
|-------------------|--|
| 1-31 03 08 | Математика и информационные технологии (по направлениям) |
| | Направление специальности: |
| 1-31 03 08-01 | Математика и информационные технологии (веб-программирование и интернет-технологии) |

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 08-2021 специальности 1-31 03 08 «Математика и информационные технологии» (по направлениям), типового учебного плана регистрационный № G31-1-12/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов: № G31-1-011/уч. от 25.05.2021 г., № G31-1-004/уч.з. от 31.05.2021 г., №G31-1-220/уч. от 22.03.2022; №G31-1-218/уч. з. от 27.05.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

Коваленко Николай Семенович, профессор кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Вельченко Сергей Александрович старший преподаватель кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТ:

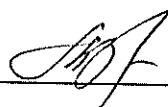
Димиденко В.М., профессор кафедры высшей математики факультета цифровой экономики УО «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования
(протокол № 12 от 30.05.2023 г.)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023 г.)

Заведующий кафедрой
кандидат физ.-мат. наук, доцент



М.В. Игнатенко

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины: дать практические навыки построения моделей и алгоритмов параллельных программ для различных архитектур суперкомпьютеров.

Задача учебной дисциплины: изучение потенциальных возможностей организации параллельных вычислений для достижения ускорения вычислений, повышения точности результатов и размерности решаемых задач, надежности вычислительных систем, методов синхронизации взаимодействующих параллельных процессов, проектирования параллельных программ.

Актуальными проблемами в области информатизации являются: разработка математических моделей и методов оптимальной организации параллельных конкурирующих процессов, получение критериев эффективности и оптимальности реализации заданных объемов вычислений в условиях неограниченного и ограниченного параллелизма в различных режимах синхронного и асинхронного взаимодействия конкурирующих процессов при распределенной и сосредоточенной обработке и решение на этой основе проблем и задач оптимального отображения алгоритмов и соответствующих программных реализаций из различных предметных областей, прежде всего логико-комбинаторных и задач математической физики, с учетом архитектурных особенностей многопроцессорных систем и комплексов в условиях массового параллелизма, разработка и обоснование приемов ускорения вычислений.

Программа отражает профессиональную направленность дисциплины и учитывает современные потребности в математическом образовании студентов-программистов. Программа составлена по модульному принципу, позволяющему учитывать динамику достижений в области параллельного программирования.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к **дисциплинам специализаций** компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Параллельное программирование», опирается и использует изученные ранее сведения из дисциплин «Веб-программирование», «Методы программирования».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Параллельное программирование» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций:**

СК – 9. Выполнить проектирование, разработку, тестирование, и маркетинг информационных решений в сети Интернет с учетом их последующего масштабирования и обработки возникающих больших объемов данных.

СК – 10. Разрабатывать информационные решения для поиска и извлечения данных, ставить и тестировать прикладные гипотезы на основе данных, разрабатывать специализированные модели машинного обучения и алгоритмы анализа данных, развертывать модели в том числе в облачной среде, осуществлять визуализацию и бизнес-анализ полученных решений.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные математические модели и методы оптимальной организации параллельных конкурирующих процессов, критерии эффективности и оптимальности реализации заданных объемов вычислений в условиях неограниченного и ограниченного параллелизма; синхронные и асинхронные режимы взаимодействия конкурирующих процессов при распределенной и сосредоточенной обработке; способы решения задач оптимального отображения алгоритмов и соответствующих программных реализаций из различных предметных областей на различные архитектуры суперкомпьютеров; приемы и методы ускорения вычислений для систем массового параллелизма;

уметь:

- проводить анализ и выполнять моделирование параллельных процессов; строить параллельные алгоритмы с учетом архитектуры суперкомпьютеров; проектировать параллельные программы; проводить оптимизацию параллельных процессов и программ.

владеть:

- современными системами и языками параллельного программирования, методами оптимальной организации параллельных процессов и программ, приемами ускорения вычислений.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре очной формы получения высшего образования и в 7, 8 семестрах заочной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Параллельное программирование» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 50 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 12 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Метод структурирования программных ресурсов

Введение. Виды параллелизма. Концепция структурирования в параллельном программировании. Основные положения метода структурирования. Языковая и операционная поддержка структурирования. Математическое обоснование метода структурирования. Дискретные динамические системы как математическая основа представления параллельных процессов и программ.

Тема 2. Математическая модель сосредоточенной обработки конкурирующих процессов

Сосредоточенные конкурирующие процессы и режимы их взаимодействия. Минимальное общее время выполнения однородных и неоднородных конкурирующих процессов в асинхронном режиме. Синхронный режим с непрерывным выполнением процессов. Синхронный режим с непрерывным выполнением блоков. Однородные и неоднородные конкурирующие процессы. Равномерное структурирование. Анализ режимов взаимодействия сосредоточенных конкурирующих процессов. Отображение параллельных процессов с помощью диаграмм Ганта. Кластеризация систем параллельных процессов и их представление с помощью гиперматриц.

Тема 3. Задачи оптимальной организации конкурирующих процессов при сосредоточенной обработке

Эффективность и оптимальность организации конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров. Критерии эффективности и оптимальности структурирования программных ресурсов при ограниченном числе процессоров. Задачи оптимизации числа блоков параллельных программ. Оптимизация числа процессоров при выполнении конкурирующих процессов. Оптимизация накладных расходов по организации распараллеливания.

Тема 4. Конкурирующие процессы при ограниченном числе копий программного ресурса

Неделимые копии программного ресурса. Ограниченное число копий структурированного программного ресурса. Эффективность и оптимальность структурирования программного ресурса при ограниченном числе копий. Графовое представление систем параллельных процессов, использующих ограниченное число копий программного ресурса. Коэффициенты ускорения и эффективности вычислений при ограниченном числе копий.

Тема 5. Время реализации конкурирующих процессов при распределенной обработке

Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов и режимы их взаимодействия. Асинхронный режим взаимодействия процессоров, процессов и блоков. Асинхронные распределенные вычисления при ограниченном числе копий программного ресурса. Синхронный режим с непрерывным выполнением блоков каждым из процессов. Синхронный режим распределенных конкурирующих процессов с непрерывным переходом по процессам. Сравнительный анализ режимов организации распределенных конкурирующих процессов с учетом накладных расходов.

Тема 6. Оптимизационные задачи конкурирующих процессов при распределенной обработке

Критерии существования эффективных одинаково распределенных систем конкурирующих процессов. Эффективность систем одинаково распределенных конкурирующих процессов в условиях ограниченного параллелизма. Оптимальность одинаково распределенных систем конкурирующих процессов. Кластеризация систем распределенных конкурирующих процессов и их представление посредством гиперматриц.

Тема 7. Векторно-конвейерная обработка

Векторно-конвейерная обработка. Векторно-конвейерные компьютеры. Качество прикладного программного обеспечения для векторно-конвейерных ЭВМ. Параллельные алгоритмы. Приемы ускорения вычислений при векторно-конвейерной обработке. Основные понятия и определения. Минимизация времени выполнения программных реализаций за счет приемов ускорения вычислений. Эффективность приемов ускорения вычислений. Приемы ускорения вычислений, основанные на уменьшении числа операций. Приемы ускорения вычислений за счет избыточности операций или данных. Ускорение вычислений циклических конструкций. Технологии программирования MPI. Технологии программирования OpenMP. Оценка эффективности параллельных алгоритмов. Максимально достижимый параллелизм. Закон Амдаля. Закон Густавсона-Барсиса. Масштабируемость алгоритма. Показатель эффективности параллельного алгоритма. Трудоемкость операции передачи данных для кластерных систем.

Основы параллельного программирования на примере библиотеки MPI для языка C++. Интерфейс передачи сообщений. Классы задач, решаемые с использованием MPI. Структура MPI-программы. Коммуникаторы. Типы и режимы передачи данных. Применение функций библиотеки на этапе организации информационного взаимодействия между подзадачами. Виртуальные топологии.

Тема 8. Построение оптимальной системы одинаково распределенных процессов в многопроцессорных вычислительных комплексах

Основные понятия и постановка задачи. Свойства оптимальных компоновок и вспомогательные результаты. Дискретная задача упаковки в контейнеры и ее сложность. Алгоритм построения оптимальных компоновок параллельных программ для систем с сосредоточенной и распределенной обработкой данных. Оценки сложности. Программная реализация. Применение в системах автоматического проектирования параллельных программ.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

| Номер раздела, темы, занятия | Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов | Количество аудиторных часов | | | | Количество часов УСР | Литература | Формы контроля знаний |
|------------------------------|--|-----------------------------|---------------------|----------------------|------|----------------------|--|-----------------------|
| | | лекции | семинарские занятия | лабораторные занятия | Иное | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | |
| 1. | Метод структурирования программных ресурсов | 4 | | 1 | | | Опрос | |
| 2. | Математическая модель сосредоточенной обработки конкурирующих процессов | 4 | | 1 | | 1;2 | Опрос Защита лабораторных работ | |
| 3. | Задачи оптимальной организации конкурирующих процессов при сосредоточенной обработке | 4 | | 2 | | 2;3 | коллоквиум | |
| 4. | Конкурирующие процессы при ограниченном числе копий программного ресурса | 4 | | 2 | | 4;5;7 | Опрос, Защита лабораторных работ Контрольная работа | |
| 5. | Время реализации конкурирующих процессов при распределенной обработке | 4 | | 2 | | 4;5;7 | Реферат | |
| 6 | Оптимизационные задачи конкурирующих | 4 | | 2 | | 3;4 | Опрос, Защита | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|-----------|--|--|-----------|--|----------|-----|--|
| | процессов при распределенной обработке | | | | | | | | лабораторных работ Контрольная работа Тест |
| 7 | Векторно-конвейерная обработка | 4 | | | 2 | | | 3,4 | |
| 8 | Построение оптимальной системы одинаково распределенных процессов в многопроцессорных вычислительных комплексах | 6 | | | 2 | | 2 | | Опрос Контрольная работа Выступление с докладом Реферат по всем темам Коллоквиум |
| | Итого | 34 | | | 14 | | 2 | | ЗАЧЕТ |

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения высшего образования

| Номер раздела, темы, занятия | Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов | Количество аудиторных часов | | | | Литература | Формы контроля знаний |
|------------------------------|--|-----------------------------|---------------------|----------------------|------|------------|--|
| | | лекции | семинарские занятия | лабораторные занятия | Иное | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 |
| 1. | Метод структурирования программных ресурсов | 1 | | 0,5 | | | Опрос |
| 2. | Математическая модель сосредоточенной обработки конкурирующих процессов | 1 | | 0,5 | | 1;2 | Опрос Защита лабораторных работ |
| 3. | Задачи оптимальной организации конкурирующих процессов при сосредоточенной обработке | 1 | | 0,5 | | 2;3 | коллоквиум |
| 4. | Конкурирующие процессы при ограниченном числе копий программного ресурса | 1 | | 0,5 | | 4;5;7 | Опрос, Защита лабораторных работ Контрольная работа |
| 5. | Время реализации конкурирующих процессов при распределенной обработке | 1 | | 0,5 | | 4;5;7 | Реферат |

| | | | | | | | |
|---|---|----------|--|----------|--|-----|--|
| 6 | Оптимизационные задачи конкурирующих процессов при распределенной обработке | 1 | | 0,5 | | 3,4 | Опрос, Защита лабораторных работ Контрольная работа Тест |
| 7 | Векторно-конвейерная обработка | 1 | | 0,5 | | 3,4 | Опрос Контрольная работа Выступление с докладом реферат ЗАЧЕТ |
| 8 | Построение оптимальной системы одинаково распределенных процессов в многопроцессорных вычислительных комплексах | 1 | | 0,5 | | | |
| | Итого | 8 | | 4 | | | |

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Борзунов, С. В., Кургалин С. Д. – Суперкомпьютерные вычисления: практический подход. - СПб.: БХВ–Петербург, 2019. – 256 с.
2. Абламейко С.В., Абрамов С.М., Анищенко В.В., Парамонов Н.Н. Принципы построения суперкомпьютеров семейства «СКИФ» и их реализация // Информатика. – 2004. № 1. – С. 89–106.
3. Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. – М.: БИНОМ, 2003. – 342 с.
4. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ–Петербург, 2002. – 608 с.
5. Коваленко Н.С., Самаль С.А. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем. – Мн.: Бел. наука, 2004. – 166 с.
6. Коваленко, Н.С. Математическое моделирование параллельных процессов / Н.С. Коваленко, П.А. Павлов // LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH. – Saarbrücken, Germany, 2011. – 246 с.
7. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
8. Качко Е.Г. Параллельное программирование: Учебное пособие. – Харьков: Изд-во «Форт», 2011. – 528 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Иванников В.П., Коваленко Н.С., Метельский В.М. О минимальном времени реализации распределенных конкурирующих процессов в синхронных режимах // Программирование. – 2000, №5. – С. 44–52.
2. Евстигнеев В.Н., Касьянов В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – М.: ВНУ, 2003. – 1104 с.
3. Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струсевич В.А. Теория расписаний. Многостадийные системы. – М.: Наука, 1989. – 328 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля:

1. Тестовые задания по отдельным темам дисциплины.
2. Коллоквиум.
3. Устный опрос.
4. Защита лабораторных работ.
5. Защита реферативных работ.
6. Контрольные работы.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Параллельное программирование» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

В качестве заданий для управляемой самостоятельной работы обучающиеся готовят реферат по всем темам дисциплины (см. Примерная тематика реферативных работ).

Форма контроля – защита реферативных работ.

Примерная тематика реферативных работ

1. Квантовые вычисления.
2. Суперкомпьютеры кластерной архитектуры и их возможности для решения прикладных задач.
3. Суперкомпьютеры с векторно-конвейерной архитектурой и проблемы векторизации алгоритмов и программ.
4. Современные системы параллельного программирования с языковой поддержкой распараллеливания.
5. Проблемы синхронизации параллельных процессов.
6. Параллельные процессы при автоматизации логистических систем.
7. Распараллеливание операций на поточных и конвейерных линиях.
8. Технологии BIG DATE и распараллеливание данных.
9. Технологии программирования MPI.
10. Технологии программирования OpenMP.
11. Разработка приемов ускорения параллельных программ и их реализация.
12. Медали и методы распараллеливания циклов.
13. Распараллеливание в нейронных сетях.
14. Циклический конвейер.

15. Машинное обучение и распараллеливание вычислительных процессов.
16. Методы конструирования оптимальных параллельных программ.
17. Мультиконвейерная организация параллельных процессов.
18. Задачи балансировки процессов обмена и счета в мультиконвейерных системах.
19. Распределённые параллельные вычисления.
20. Сосредоточенные параллельные вычисления.
21. Возможности языков программирования высокого уровня для описания параллельных потоков.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **метод проектного обучения**, который предполагает:

- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;

- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

При организации образовательного процесса используются **методы и приемы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

При организации образовательного процесса используется **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствие.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, при выполнении лабораторных работ.

2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при

ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Во время внеаудиторной самостоятельной работы студенты изучают дополнительную литературу и готовятся к написанию рефератов, докладов на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при выполнении лабораторных работ и во время лекций.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Виды параллелизма. Формула производительности супер компьютера, и ее основные параметры.
2. Сформулировать основные положения метода структурирования программных ресурсов.
3. Операционная и программная поддержка метода структурирования.
4. Сосредоточенные параллельные процессы и режимы их взаимодействия (асинхронный, первый и второй синхронные).
5. Задача минимизации общего времени выполнения неоднородных параллельных процессов в асинхронном режиме (графовый подход).
6. Практическое задание: Построить результирующую клеточную матрицу времен выполнения блоков и процессов. Вычислить критический путь
7. Первый синхронный режим. Использование линейных диаграмм для вычисления минимального общего времени выполнения синхронных процессов.
8. Практическое задание: построить совмещенную линейную диаграмму для заданного числа процессов, процессоров (ядер) и блоков программного ресурса.
9. Второй синхронный режим. Использование линейных диаграмм для вычисления минимального общего времени выполнения синхронных процессов.
10. Практическое задание: построить совмещенную линейную диаграмму для заданного числа процессов, процессоров (ядер) и блоков программного ресурса.

11. Основные формулы вычисления минимального общего времени выполнения синхронных процессов.
12. Однородные конкурирующие процессы и формулы нахождения минимального общего времени.
13. Анализ режимом взаимодействия сосредоточенных параллельных процессов. Равномерное структурирование.
14. Эффективность и оптимальность организации конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров.
15. Критерии эффективности и оптимальности организации конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров.
16. Оптимизация числа процессоров при выполнении конкурирующих процессов.
17. Неделимые копии программного ресурса
18. Ограниченное число копий структурированного программного ресурса
19. Эффективность и оптимальность структурирования программного ресурса при ограниченном числе копий
20. Математическая модель обработки распределенных конкурирующих процессов и режимы их взаимодействия
21. Асинхронный режим взаимодействия процессов, процессоров и блоков
22. Асинхронные распределенные вычисления при ограниченном числе копий программного ресурса
23. Синхронный режим с непрерывным выполнением блоков каждым из процессов
24. Синхронный режим распределенных конкурирующих процессов с непрерывным переходом по процессам
25. Сравнительный анализ режимов организации распределенных конкурирующих процессов с учетом накладных расходов
26. Оптимизационные задачи конкурирующих процессов при распределенной обработке
27. Эффективность систем одинаково распределенных конкурирующих процессов в условиях ограниченного параллелизма (4)
28. оптимальность одинаково распределенных систем конкурирующих процессов
29. Качество прикладного программного обеспечения для векторно-конвейерных ЭВМ и способы его оценки
30. Параллельные алгоритмы
31. Приемы ускорения вычислений при векторно-конвейерной обработке
32. Минимизация времени выполнения программных реализаций за счет приемов ускорения вычислений
33. Эффективность приемов ускорения вычислений

34. Приемы ускорения вычислений, основанные на уменьшении числа операций
35. Приемы ускорения вычислений за счет избыточности операций или данных
36. Ускорение вычислений циклических конструкций
37. Операция разворота цикла
38. Показатели эффективности разворота цикла
39. Ускорение вычислений при оптимизации
40. Оптимизация периодических циклов
41. Классификация приемов ускорения вычислений по числу операций
42. Построение оптимальной системы одинаково распределенных процессов в многопроцессорных вычислительных комплексах
43. Свойства оптимальных компоновок и вспомогательные результаты

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

| Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|---|--|---|---|
| Веб-дизайн математического контента | Веб-технологий и компьютерного моделирования | нет | Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 30.05.2023 г.) |

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____ / ____ учебный год

| № п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|----------|------------------------|-----------|
| | | |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № ____ от ____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

канд. физ.-мат. наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

М.В. Игнатенко
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

докт. физ.-мат. наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

С.М. Босяков
(И.О.Фамилия)