

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

2023 г.

Регистрационный № УД-1269-13 /уч.



## ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0611-01 Информационные системы и технологии

Профилизации:

Информационные системы и технологии в экологии

Информационные системы и технологии в здравоохранении

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0611-01-2023 от 10.08.2023 и учебных планов учреждения высшего образования № 159-23/уч от 07.04.2023 и № 160-23/уч. от 07.04.2023 по специальности 6-05-0611-01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

Е. П. Борботко, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В. В. Журавков, заведующий кафедрой информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат биологических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 29 мая 2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 31 мая 2023)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие экологи, инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математики развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д.

### **Цели учебной дисциплины:**

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- систематизация известных со школьного курса математики и изучение новых понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования и решения математических задач;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и математический анализ прикладных задач.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- формирование у студентов основных понятия и методов аналитической геометрии и линейной алгебры;
- обучение решению прикладных задач математики в курсах физики, химии, биологии, экологии, программирования;
- развитие научного мировоззрения.

Студент должен владеть следующими компетенциями:

**БПК-1.** Применять методы матричного исчисления, анализировать решения систем линейных алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами для решения прикладных инженерных задач.

В результате усвоения учебной дисциплины студент должен

### ***знать:***

- основные методы аналитической геометрии, линейной алгебры;
- способы описания прямых и плоскостей;
- определения кривых второго порядка на евклидовой плоскости и поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве;
- критерии линейной зависимости векторов;
- матричную запись систем линейных уравнений;
- методы решения систем линейных уравнений;

**уметь:**

- выполнять алгебраические вычисления с векторами в трехмерном евклидовом пространстве;
- построить линии на плоскости по заданному уравнению;
- работать с простейшими системами координат (декартовой, полярной, цилиндрической и сферической);
- выполнять основные алгебраические операции над матрицами;
- вычислять определитель квадратных матриц с помощью разложения по строке (столбцу), а также применения метода эквивалентных преобразований;
- решать системы линейных уравнений методом Гаусса, системы неоднородных уравнений методом Крамера и матричным методом;
- находить собственные значения и собственные вектора простейших матриц;

**владеть:**

- основными понятиями и методами высшей математики и использовать их в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- навыками творческого и аналитического мышления.

На изучение дисциплины отводится общее количество часов 120, из которых аудиторных – 68 ч (34 ч лекционных, 34 ч практических занятий).

Форма получения высшего образования – дневная.

Форма текущей аттестации – экзамен в I семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Тема 1. Основы теории матриц**

Определение матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Произведение матриц. Операция транспонирования. След квадратной матрицы и его свойства. Символ Кронекера. Блочное представление матриц. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 2. Определитель квадратной матрицы. Ассоциированные матрицы и обратные матрицы**

Понятие о перестановках. Некоторые свойства перестановок. Определитель (детерминант) квадратной матрицы. Разложение определителя по строке (столбцу). Свойства определителя. Обратные матрицы. Вырожденные матрицы. Ранг матрицы. Эквивалентные преобразования матриц. Преобразования подобия. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 3. Системы линейных уравнений**

Матричная запись системы линейных уравнений. Неоднородные системы линейных уравнений. Условие совместности. Метод Гаусса. Метод Крамера. Матричный метод. Однородные системы линейных уравнений. Тривиальные и нетривиальные решения. Критерий существования нетривиальных решений. Фундаментальная система решений. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 4. Координаты и векторы в трехмерном евклидовом пространстве**

Системы координат. Простейшее представление о евклидовом пространстве. Декартова система координат на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Вектор перемещения. Радиус-вектор. Вектор как направленный отрезок. Координаты вектора. Простейшие алгебраические операции над векторами. Коллинеарные векторы. Критерий коллинеарности векторов. Единичный вектор. Деление отрезка в заданном отношении. Понятие о линейной (не)зависимости. Компланарные векторы. Понятие о базисных векторах. Разложение вектора по базису. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 5. Основы векторной алгебры**

Скалярное произведение векторов. Проекция вектора на направление (геометрический смысл скалярного произведения). Направляющие косинусы. Представление скалярного произведения векторов через их декартовы компоненты. Критерий ортогональности. Векторное произведение векторов.

Площадь параллелограмма (геометрический смысл векторного произведения). Ориентация. Векторное произведение в декартовом базисе. Смешанное произведение векторов. Объем параллелепипеда (геометрический смысл смешанного произведения). Критерий компланарности векторов. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 6. Преобразования координат**

Параллельный перенос (трансляция) декартовой системы координат. Поворот декартовой системы координат. Запись преобразований поворота систем координат в матричном виде. Понятие о криволинейных системах координат. Простейшие криволинейные системы на плоскости и в пространстве (полярная, цилиндрическая, сферическая). Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 7. Прямые и плоскости**

Виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых. Виды уравнений плоскости в пространстве. Критерии параллельности и ортогональности плоскостей, расстояние между параллельными плоскостями. Виды уравнений прямой в пространстве. Критерии параллельности и ортогональности прямых, расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 8. Кривые на плоскости**

Общее понятие кривой на плоскости. Алгебраические кривые. Кривые второго порядка на плоскости. Парабола. Свойства параболы. Эллипс. Свойства эллипса. Гипербола. Свойства гиперболы. Уравнения кривых второго порядка на плоскости с осями симметрии параллельными осям координат. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 9. Алгебраические поверхности второго порядка в пространстве**

Общее понятие поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. Канонические типы поверхностей второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве. Эллипсоид. Двуполостный гиперболоид. Однополостный гиперболоид. Конус второго порядка. Кривые второго порядка на плоскости как конические сечения. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Эллиптический цилиндр. Гиперболический цилиндр. Параболический цилиндр. Вырожденные случаи. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

## **Тема 10. Квадратичные формы**

Определение и классификация квадратичных форм. Приведение квадратичных форм к каноническому виду (метод Лагранжа). Приложения: критерий типа кривых и поверхностей второго порядка. Примеры использования квадратичных форм в физике. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

## **Тема 11. Линейные пространства**

Определение линейного пространства и подпространства. Примеры линейных пространств. Понятие линейной комбинации векторов. Определение линейной (не)зависимости. Некоторые критерии линейной (не)зависимости. Базисы. Размерность линейного пространства. Понятие гомоморфизма линейных пространств. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование базиса как преобразование изоморфизма. Норма вектора. Скалярное произведение векторов. Вещественное евклидово скалярное произведение. Строгое определение вещественного евклидова пространства. Ортонормированные базисы. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

## **Тема 12. Линейные операторы**

Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора. Действия над линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Ортогональные матрицы. Ортогональные операторы. Сопряженный оператор. Самосопряженный оператор. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Формы контроля знаний
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Основы теории матриц	2	2			метод. пособие	опрос
2	Определитель квадратной матрицы. Ассоциированные матрицы и обратные матрицы	4	4			метод. пособие	опрос, самост. работа
3	Системы линейных уравнений	6	2			метод. пособие	опрос, самост. работа
4	Координаты и векторы в трехмерном евклидовом пространстве	2	2			метод. пособие	опрос, самост. работа
	Контрольная работа № 1		2				
5	Основы векторной алгебры	4	2			метод. пособие	опрос, самост. работа
6	Преобразования координат	2	2			метод. пособие	опрос
7	Прямые и плоскости	2	6			метод. пособие	самост. работа
8	Кривые на плоскости	2	2			метод. пособие	самост. работа
9	Алгебраические поверхности второго порядка в пространстве		2			метод. пособие	опрос, самост. работа
10	Квадратичные формы	2	2			метод. пособие	опрос, самост. работа
11	Линейные пространства	4	3			метод. пособие	самост. работа
12	Линейные операторы	4	1			метод. пособие	самост. работа
	Контрольная работа №2		2				
<b>ВСЕГО</b>		<b>34</b>	<b>34</b>				



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная:*

1. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин. – 3-е изд., стер. – М. : Изд-й центр "Академия", 2003. – 616 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 1 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 543 с.
3. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 1 : Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Математический анализ / А. А. Гусак. - 7-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2009. – 544 с.
4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 18-е изд. – Москва : АЙРИС-пресс, 2021. – 608 с.

#### *Дополнительная*

5. Борботко, Е. П. Высшая математика (аналитическая геометрия, линейная алгебра, функции и пределы) : учеб.-метод. пособие / Е. П. Борботко, Т. Е. Кузьменкова, А. В. Шевцова. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2009. – 47 с.
6. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : справ. пособие к решению задач / А. А. Гусак. - 4-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2006. – 288 с.
7. Коваленко, Н. С. Высшая математика: линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия : учеб. пособие / Н. С. Коваленко, Т. И. Чепелева. – Минск : Юнипресс, 2006. – 208 с.
8. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
9. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 2017. – 305 с.

### **Инновационные подходы и методы к преподаванию учебной дисциплины**

При изучении дисциплины рекомендуется использовать практико-ориентированный подход, который предполагает: освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих

проектов, развитие предпринимательской культуры; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При реализации данной дисциплины используются следующие виды учебных занятий: лекции, консультации, практические занятия и самостоятельная работа студента.

В рамках лекционных занятий предусмотрено использование мультимедийных средств.

В процессе проведения практических заданий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм по высшей математике. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

### **Темы самостоятельных работ**

1. Определители. Матрицы и действия над ними.
2. Системы линейных уравнений.
3. Векторы и действия над ними.
4. Прямые и плоскости.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1) контрольные работы;
- 2) самостоятельные работы;
- 3) тесты;
- 4) коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
- 5) устный опрос в ход практических занятий;
- 6) проверку конспектов лекций студентов.

**Протокол согласования учебной программы**

<b>Название дисциплины, с которой требуется согласование</b>	<b>Название кафедры</b>	<b>Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</b>	<b>Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</b>
Согласование с другими дисциплинами не требуется			