

## Локализация диэлектрической наночастицы в интерференционном поле лазерного излучения

А. Ч. Свистун, Э. В. Мусафиров, Л. С. Гайда, Е. В. Матук

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь,  
e-mail: [svistun\\_ach@grsu.by](mailto:svistun_ach@grsu.by)

Детально исследована градиентная компонента силы светового давления, действующая на сферическую диэлектрическую наночастицу, находящуюся в интерференционном поле, формируемом при наложении встречных пучков лазерного излучения. Проведен теоретический анализ качественного поведения решений уравнения Ланжевена для движения прозрачной наночастицы сферической формы в пространственно модулированном лазерном луче под действием градиентной силы.

**Ключевые слова:** диэлектрические наночастицы; радиационные силы; рассеяние света.

## Localization of a dielectric nanoparticle in the interference field of laser radiation

A. Ch. Svistun, E. V. Musafirov, L. S. Gaida, E. V. Matuk

Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno, Belarus, e-mail: [svistun\\_ach@grsu.by](mailto:svistun_ach@grsu.by)

The gradient component of the light pressure force acting on a spherical dielectric nanoparticle located in an interference field formed by the superposition of oncoming laser beams is studied in detail. A theoretical analysis of the qualitative behavior of solutions to the Langevin equation for the motion of a transparent spherical nanoparticle in a spatially modulated laser beam under the action of a gradient force is carried out.

**Keywords:** dielectric nanoparticles; radiation forces; light scattering.

### Введение

Проблема воздействия оптического излучения на наночастицы вещества актуализировалась после изобретения и изготовления мощных лазерных источников. В настоящее время существует множество работ, в которых сообщается об исследовании действия силы светового давления на микро- и наночастицы с учётом физических свойств не только частиц, но и среды, в которой они расположены [1–8]. Силы светового давления могут использоваться для записи концентрационных решеток в жидкой суспензии взвешенных диэлектрических частиц малых размеров [9]. Такие искусственно созданные среды имеют большие значения кубической восприимчивости и могут использоваться в качестве широкополосных нелинейных сред для лазерного излучения малой интенсивности и большой длительности импульса [10]. Воздействие лазерного излучения на диэлектрические наночастицы может использоваться в качестве точного инструмента для создания систем из наночастиц в жидкости и дальнейшего перемещения в пространстве полученных систем с учетом их размеров [11]. Явление светового давления может применяться для точного определения размеров микроскопических сфер [12].

Исследование влияния распределения растворенных в прозрачной жидкости наночастиц по размерам на характеристики четырехволнового преобразователя излучения исследовано в работе [13]. В работе [14] проведен анализ вида пространственного спектра объектной волны, образующейся в процессе четырех-волнового взаимодействия в схеме с горизонтально распространяющимися волнами накачки в зависимости от массы наночастиц в прозрачной суспензии. Полученные результаты могут быть полезны при проектировании систем нелинейной адаптивной оптики на основе прозрачных суспензий наночастиц для задач коррекции мелкомасштабных фазовых искажений сигнальной волны.

Изучение сепарации наночастиц в прозрачной полидисперсной водной суспензии с различными типами распределений по размерам под действием силы светового давления (на основе стационарного решения уравнения диффузии), возникающей в поле лазерного излучения интенсивностью  $0,5 - 500 \text{ кВт/см}^2$  рассмотрено в работе [15]. Установлено, что на дно кюветы преимущественно будут осаждаться частицы радиусом более 100 нм, а концентрация более мелких наночастиц во всем объеме суспензии останется без изменений.

В настоящее время, несмотря на большое количество работ по данной тематике [16–20], не решен вопрос качественного анализа уравнения движения частицы, в частности наличия периодических решений.

## 1. Основные соотношения

Когда размеры наночастицы малы по сравнению с длиной волны излучения (приближение Рэлея), выражение для градиентной силы  $\mathbf{F}_{grad}$  имеет вид:

$$\mathbf{F}_{grad} = \mathbf{i} \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{c} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial I(z)}{\partial z} = -\mathbf{i} \cdot 4\pi \cdot \frac{n}{c} \cdot \alpha \cdot I_0 k \cdot \sin(2kz), \quad (1)$$

где  $\mathbf{i}$  – единичный вектор;  $n$  – показатель преломления жидкости, в которой находятся наночастицы;  $c$  – скорость света в вакууме;  $\alpha = R^3 \frac{\bar{m}^2 - 1}{\bar{m}^2 + 2}$  – поляризуемость сферической наночастицы радиусом  $R$  ( $kR \ll 1$ );  $\bar{m} = n_0/n$ ;  $n_0$  – показатель преломления частицы;  $I(z)$  – интенсивность излучения;  $k = 2\pi n/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения.

Уравнение Ланжевена для движения прозрачной наночастицы сферической формы в пространственно модулированном лазерном луче под действием градиентной силы  $\mathbf{F}_{grad}$  с учетом силы сопротивления среды и в проекции на ось  $z$  имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + 6\pi\eta R \frac{dz}{dt} = -4\pi \cdot \frac{n}{c} \cdot \alpha \cdot I_0 k \cdot \sin(2kz) \quad (2)$$

где  $m = 4\pi R^3 \rho/3$  – масса сферической наночастицы;  $\rho$  – плотность материала наночастицы;  $\eta$  – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Сделаем подстановку в уравнении (2)  $z(t) = \frac{x(t)}{2k}$ , получим уравнение

$$m\ddot{x} + 6\pi\eta R\dot{x} = -\frac{8\alpha I_0 k^2 n\pi}{c} \sin x, \quad (3)$$

где  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ ,  $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ . Введем замены параметров  $b = 6\pi\eta R$ ,  $s = \frac{8\alpha I_0 k^2 n\pi}{c}$ , тогда уравнение (2) примет вид

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + s \sin x = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) эквивалентно системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\frac{by + s \sin x}{m}. \end{cases} \quad (5)$$

Фазовой поверхностью системы (5) является цилиндр. Особыми точками (точками равновесия) этой системы на развертке фазового цилиндра являются точки  $(x, y) = (0, 0)$  и  $(x, y) = (\pm\pi, 0)$ . Матрица Якоби системы (5) имеет вид

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{s \cos x}{m} & -\frac{b}{m} \end{pmatrix}. \text{ Для особой точки } (0, 0) \text{ собственные числа матрицы Якоби}$$

$J(0, 0)$  есть  $\lambda_{1,2} = \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ms}\right)/(2m)$ . Учитывая, что  $b, m, s > 0$ , при  $b^2 < 4ms$  получим пару комплексно сопряженных чисел с отрицательной действительной частью, а при  $b^2 \geq 4ms$  получим два действительных отрицательных числа. Тогда точка  $(0, 0)$  – устойчивое состояние равновесия системы (5), которое при  $b^2 < 4ms$  является устойчивым фокусом (рис. 1), а при  $b^2 \geq 4ms$  является устойчивым узлом (рис. 2). Для особой точки  $(\pm\pi, 0)$  собственные числа матрицы Якоби  $J(\pm\pi, 0)$  есть  $\lambda_{1,2} = \left(-b \pm \sqrt{b^2 + 4ms}\right)/(2m)$ .

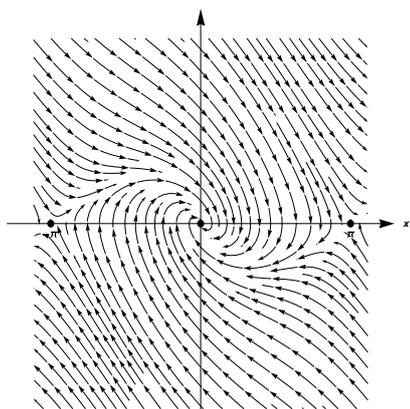


Рис. 1. Фазовый портрет системы (5) при  $b^2 < 4ms$

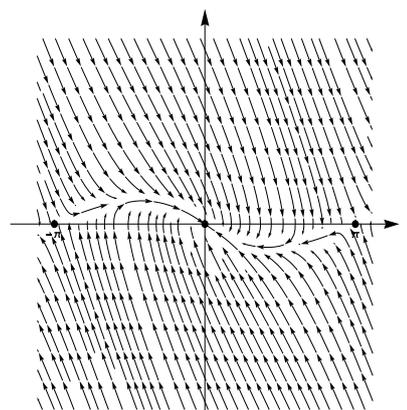


Рис. 2. Фазовый портрет системы (5) при  $b^2 \geq 4ms$

Учитывая, что  $b, m, s > 0$ , получим два действительных числа разных знаков. Тогда точка  $(\pm\pi, 0)$  является седлом – неустойчивым состоянием равновесия (см.

рис. 1 и 2). Фазовые портреты системы (5) в случаях когда  $b^2 < 4ms$  и  $b^2 \geq 4ms$  изображены на рис. 1 и 2. Склеив развертку цилиндра по линии  $x = \pm\pi$ , получим фазовый цилиндр. Изучив фазовые портреты (рис. 1), видим, что почти при всех начальных условиях, за исключением условий, соответствующих состояниям равновесия и устойчивым сепаратрисам седел, система стремится к устойчивому состоянию равновесия – точке  $(0, 0)$ , т. е. наночастицы стремятся к областям максимумов интенсивности поля независимо от своего начального положения и начальной скорости.

Заметим, что система (5) автономная, и, следовательно, с помощью подходов, изложенных в [21–23], результаты анализа качественного поведения решений системы (3) (а значит и уравнения (2)) можно распространить на решения специаль-

ным образом возмущенной системы 
$$\begin{cases} \dot{x} = y(1 + \beta(t)), \\ \dot{y} = -\frac{by + s \sin x}{m}(1 + \beta(t)), \end{cases}$$
 которая эквивалентна

уравнению 
$$\ddot{x} + \frac{b(1 + \beta(t))^2 - m\dot{\beta}(t)}{m(1 + \beta(t))} \dot{x} + \frac{s(1 + \beta(t))^2 \sin x}{m} = 0,$$
 где  $\beta(t)$  – непрерывная ска-

лярная функция.

### Заключение

Проведен теоретический анализ качественного поведения решений уравнения Ланжевена для движения прозрачной наночастицы сферической формы в пространственно модулированном лазерном луче под действием градиентной силы и с учетом силы сопротивления среды. Построены фазовые портреты этого уравнения, доказано отсутствие периодических решений.

### Библиографические ссылки

1. О радиационных силах, действующих на прозрачную наночастицу в поле сфокусированного лазерного пучка / А. А. Афанасьев [и др.] // Квантовая электроника. 2015. Т. 45, № 10. С. 904–907.
2. *Ashkin A.* Acceleration and trapping of particles by radiation pressure // *Physical Review Letters*. 1970. Vol. 24, iss. 4. P. 156–159.
3. Концентрационная нелинейность суспензии прозрачных микросфер под действием градиентной силы в поле периодически модулированного лазерного излучения / А. А. Афанасьев [и др.] // Квантовая электроника. 2016. Т. 46, № 10. С. 891–894.
4. *Свистун А. Ч.* Локализация диэлектрической сферической наночастицы под действием двух радиационных сил в поле сфокусированного лазерного пучка гауссовой формы / А. Ч. Свистун, Л. С. Гайда, Е. В. Матук // Журнал прикладной спектроскопии. 2019. Т. 86, № 2. С. 298–303.
5. *Гайда Л. С.* Взаимодействие электромагнитного излучения с сфероидальными металлическими наночастицами в жидкости / Л. С. Гайда, Е. В. Матук, А. Ч. Свистун // Проблемы физики, математики и техники. 2018. № 1 (34). С. 24–28.
6. Влияние оптических параметров лазерного излучения и металлической наночастицы на ее транспортировку силами светового давления / Л. С. Гайда [и др.] // Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. 2018. Т. 8, № 3. С. 93–101.
7. Движение серебряных наночастиц в жидкости с различной вязкостью под действием сил светового давления / А. А. Афанасьев [и др.] // Проблемы физики, математики и техники. 2016. № 4 (29). С. 7–12.

8. Локализация диэлектрической сферической наночастицы под действием градиентной силы в интерференционном поле, формируемом при наложении встречных пучков лазерного излучения / А. Ч. Свистун [и др.] // Журнал прикладной спектроскопии. 2023. Т. 90, № 4. С. 599–605.
9. Четырехволновое смешение в жидкой суспензии диэлектрических прозрачных микросфер / А. А. Афанасьев [и др.] // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2005. Т. 128, № 3. С. 451–463.
10. Модуляция концентрации частиц в интерференционном поле лазерного излучения / А. А. Афанасьев [и др.] // Журнал прикладной спектроскопии. 2002. Т. 69, № 5. С. 675–679.
11. Ахманов С. А., Никитин С. Ю. Физическая оптика, Москва, изд-во МГУ (1998). С. 476–480.
12. Аскаръян Г. А. Движение частиц в луче лазера // УФН. 1973. Т. 110, № 1. С. 115–116.
13. Альдебенева К. Н. Влияние распределения частиц по размерам на характеристики четырехволнового преобразователя излучения в прозрачной двухкомпонентной среде / К. Н. Альдебенева, В. В. Ивахник, М. В. Савельев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 1. С. 4–9.
14. Ремзов А. Д., Савельев М. В. Встречное четырехволновое взаимодействие в прозрачной суспензии наночастиц в поле тяжести Земли // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2021. Т. 85, № 12. С. 1770–1775.
15. Иванов В. И., Пячин С. А. Сепарация частиц в полидисперсной наносуспензии в поле лазерного излучения // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. 2021. № 13. С. 146–155.
16. Касьянов И. А. Исследование перераспределения частиц в жидкости под действием лазерного излучения / И. А. Касьянов, В. М. Петкевич, С. А. Пячин // Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке. 2023. Т. 2. С. 388–392.
17. Гайда Л. С. Движение металлической наночастицы в кровезамещающей жидкости под действием лазерного излучения / Л. С. Гайда, Е. В. Матук, А. Ч. Свистун // Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. 2022. Т. 12, № 2. С. 104–112.
18. Влияние оптических параметров лазерного излучения и металлической наночастицы на ее транспортировку силами светового давления / Л. С. Гайда [и др.] // Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. 2018. Т. 8, № 3. С. 93–101.
19. Савельев М. В., Ремзов А. Д. Пространственно-временные характеристики четырёхволнового преобразователя излучения с учётом поля тяжести Земли, действующего на растворённые в прозрачной жидкости наночастицы // Компьютерная оптика. 2022. Т. 46, № 4. С. 547–554.
20. Afanas'ev A. A. Effect of focusing the laser beam on the radiation Gaussian forces acting on the transparent nanoparticle / A. A. Afanas'ev, L. S. Gaida, A. Ch. Svistun // Zurnal Prikladnoj Spektroskopii. 2016. Vol. 83, No. 6–16. P. 77–78.
21. Musafirov E. Non-Autonomously Perturbed Autonomous Systems of Ordinary Differential Equations // Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems. Series B: Applications and Algorithms. 2022. Vol. 29, No. 6. P. 447–454.
22. Musafirov E. V. Admissible perturbations of the Lorenz-84 climate model // International journal of bifurcation and chaos. 2019. Vol. 29, No. 6. 1950080.
23. Musafirov E. Admissible perturbations of the three-dimensional Hindmarsh – Rose neuron model // Journal of Applied Analysis and Computation. 2023. Vol. 13, No. 4. P. 1668–1678.