

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ СВЕТОВОГО ПУЧКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Научно-исследовательское учреждение «Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко» Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь

Предложена приближенная двумерная аналитическая модель для описания стационарного монохроматического поля, возникающего в результате преломления гауссова светового пучка в прозрачную или слабопоглощающую однородную диэлектрическую среду. Ее формулы пригодны для описания пространственной структуры преломленного поля в широком диапазоне изменения углов падения, когда это поле характеризуется свободным распространением, полным внутренним отражением или экспоненциальным затуханием. Модель строится на основе асимптотического вычисления интеграла Фурье, которое учитывает возможные дифракционные эффекты первого и второго порядка.

Обычно при изучении и моделировании процессов распространения электромагнитного излучения в различных направляющих и преобразующих структурах используется модель плоской световой волны [1] или гауссова пучка [2], которая дополнительно описывает эффекты дифракционного уширения и искривления фазы при распространении на большие расстояния. Однако в условиях полного внутреннего отражения и сильного затухания эти стандартные модели непригодны для описания преломленного поля. Между тем для практиков крайне необходима простая теория, которая могла бы с единой точки зрения описывать пространственную структуру электромагнитного поля в многослойных диэлектриках не только в условиях свободного распространения, но и в случаях полного внутреннего отражения и скользящего преломления с затуханием по глубине преломляющей среды. Основой такой теории может служить модель преломления гауссова пучка на одной преломляющей границе двух диэлектрических сред при произвольных углах падения [3], которая рассматривается в данной работе.

Гауссов пучок – это электромагнитная полевая структура, профиль амплитуды которой в каждом поперечном сечении представляет собой гауссову функцию [2]:

$$u_0(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 + i\xi_0}} \exp\left(ik(\alpha_{0b}x + \beta_b y) - \frac{[y - x(\beta/\alpha_{0b})]^2}{w^2(1 + i\xi_0)}\right). \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина световой волны, α_{0b} и β_b – параметры распространения пучка по координатным осям x и y , причем параметр β_b считается вещественным, а $\alpha_{0b} = (\varepsilon_0 - \beta_b^2)^{1/2}$, $\varepsilon_0 = n_0^2$ – вещественная диэлектрическая проницаемость среды, $w = w_0/\cos \mathcal{G}$ – эффективная полуширина пучка в плоскости $x = 0$, w_0 – эффективная полуширина гауссовой кривой в поперечном сечении, \mathcal{G} – угол падения пучка на данную плоскость. Поле (1) может быть представлено в виде интеграла Фурье

$$u_0(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(\beta) \exp[ik(\alpha_0 x + \beta y)] d\beta, \quad (2)$$

где аргумент интегрирования β играет роль параметра распространения каждой плоскостолновой компоненты поля по тангенциальной оси y , а величина $\alpha_0 = (\varepsilon_0 - \beta^2)^{1/2}$ – параметра распространения последней по нормальной оси x (рисунок 1),

$$U(\beta) = (p/\sqrt{\pi}) \exp[-p^2(\beta - \beta_b)^2(1 + i\xi_0)] - \quad (3)$$

фурье-образ поля в плоскости $x = 0$, $p = kw/2$ – спектральный параметр поля в этой плоскости, $\xi_0 = L_0/(n_0 p_0 w_0)$ – параметр дифракционной расходимости пучка, L_0 – расстояние, пройденное пучком в среде от перетяжки, где поперечное сечение пучка минимально, до плоскости $x = 0$.

Будем рассматривать преломление пучка (1) на плоской границе раздела $x = 0$ двух сред с диэлектрическими проницаемостями ε_0 и ε (рисунок 1). Каждая плосковолновая компонента пучка преломляется независимо от других, поэтому результатом такого преломления оказывается поле [4]

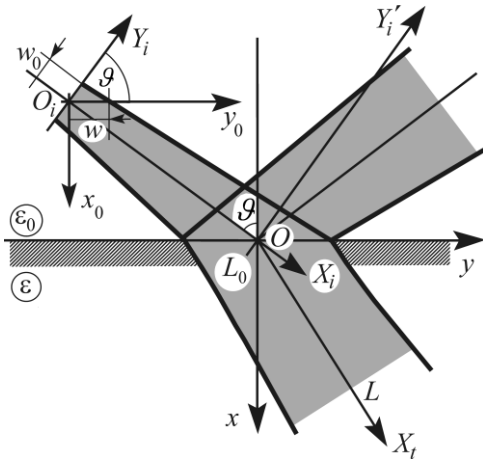


Рисунок 1 – Преломление светового пучка на границе двух диэлектрических сред [4].

$$u(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(\beta) U(\beta) \exp[ik(\alpha x + \beta y)] d\beta \quad (4)$$

где $\alpha = (\varepsilon - \beta^2)^{1/2}$ – новый параметр распространения такой компоненты по нормальной оси x во второй среде, проницаемость которой, вообще говоря, комплексная, $T(\beta)$ – амплитудный коэффициент прохождения плосковолновой компоненты через плоскую междиэлектрическую границу $x = 0$ [1]. Упрощающая аналитическая оценка интеграла (4) становится возможной при условии, что ширина светового пучка $2w$ обычно значительно больше длины волны λ : $p = \pi w/\lambda \gg 1$. Данное условие означает, что эффективная ширина интервала интегрирования y интеграла (4) реально довольно узкая, и если имеет место разложение:

$$\alpha = \tilde{\alpha}^{(0)} - \tilde{\alpha}^{(1)}(\beta - \beta_b) - \tilde{\alpha}^{(2)}(\beta - \beta_b)^2 \quad (5)$$

то это позволяет применить для оценки интеграла (4)

асимптотический метод перевала [4]

$$u(x, y) \approx \frac{T(\beta_b)}{\sqrt{1 + i\xi}} \exp \left\{ ik(\tilde{\alpha}_b x + \beta_b y) - \frac{(y - qx)^2}{w^2(1 + i\xi)} + 2is \frac{x(y - qx)}{w^2} \right\}. \quad (6)$$

где $\tilde{\alpha}_b = \tilde{\alpha}^{(0)}$; $\xi = \xi_0 + 2(x/w)(\tilde{\alpha}^{(2)}/p)$; $s = \text{Im} \tilde{\alpha}^{(1)}$; $q = \text{Re} \tilde{\alpha}^{(1)} + s\xi$. Величины $\tilde{\alpha}^{(0)}$ и $\tilde{\alpha}^{(1)}$ могут быть комплексными, а величина $\tilde{\alpha}^{(2)}$ – только вещественной. В прозрачной среде и при углах падения ϑ , заметно меньших критического угла, т.е. угла полного внутреннего отражения, когда величина α вещественная и заметно отличается от нуля, разложение (5) будет соответствовать усеченному тейлоровскому представлению функции α до второго порядка включительно, для которого

$$\tilde{\alpha}^{(0)} = \alpha(\beta_b) = \sqrt{\varepsilon - \beta_b^2} \equiv \alpha_b; \quad \tilde{\alpha}^{(1)} = \beta_b/\alpha_b; \quad \tilde{\alpha}^{(2)} = \varepsilon/(2\alpha_b^3), \quad (7)$$

и тогда асимптотическая оценка (6) с точностью до множителя $T(\beta_b)$ принимает вид обычного гауссова пучка (1), только с другими параметрами, характерными для новой среды. Это случай свободного распространения пучка, описанный в литературе. Однако если угол падения пучка приближается к критическому значению ($\beta_b \rightarrow (\text{Re} \varepsilon)^{1/2}$) и величина α_b становится очень малой или вообще стремится к нулю, то такое представление оказывается некорректным вследствие того, что квадратичное приближение (5), (7) для функции $\alpha = (\varepsilon - \beta^2)^{1/2}$ будет слишком неточным. Чтобы обойти эту трудность, в работе [3] было предложено использовать искусственный прием введения комплексной фиктивной добавки к диэлектрической проницаемости преломляющей среды, который позволяет сглаживать резкий переход через нуль функции α с ростом угла падения (параметра β) от вещественных ее значений к чисто мнимым. Более того, для получения оптимальной аппроксимации необходимо использовать три разные фиктивные добавки к проницаемости ε для трех разных коэффициентов квадратичного представления (5):

$$\tilde{\alpha}^{(0)} = \sqrt{(\varepsilon + \Delta\varepsilon^{(0)}) - \beta_b^2}; \quad \tilde{\alpha}^{(1)} = \frac{\beta_b}{\sqrt{(\varepsilon + \Delta\varepsilon^{(1)}) - \beta_b^2}}; \quad \tilde{\alpha}^{(2)} = \frac{\text{Re} \varepsilon}{2 [(\text{Re} \varepsilon - \beta_b^2)^2 + (\Delta\varepsilon^{(2)})^2]^{3/4}}, \quad (8)$$

где фиктивные добавки $\Delta\varepsilon^{(0)}$ и $\Delta\varepsilon^{(1)}$ комплексные, а третья добавка $\Delta\varepsilon^{(2)}$ должна быть вещественной. Числовые коэффициенты и параметры, определяющие функциональную зависи-

мость этих добавок от эффективной полуширины пучка w и угла его падения на границу, т.е. от параметра β , приведены в работе [3]. Они определялись путем простого подбора на основе критерия наилучшего совпадения пространственной структуры поля, даваемой приближенным решением (6), (8), и точным решением, получаемым с помощью прямого вычисления интеграла (4) численными методами [4]. Величина фиктивных добавок максимальна в области изменения параметра распространения пучка β_b вблизи полного внутреннего отражения, но с увеличением его отклонения от критического значения она уменьшается до нуля. Для сравнения на рисунке 2 приведены результаты точного и приближенного расчетов пространственной структуры преломленного поля для трех различных значений угла падения вблизи области полного внутреннего отражения.

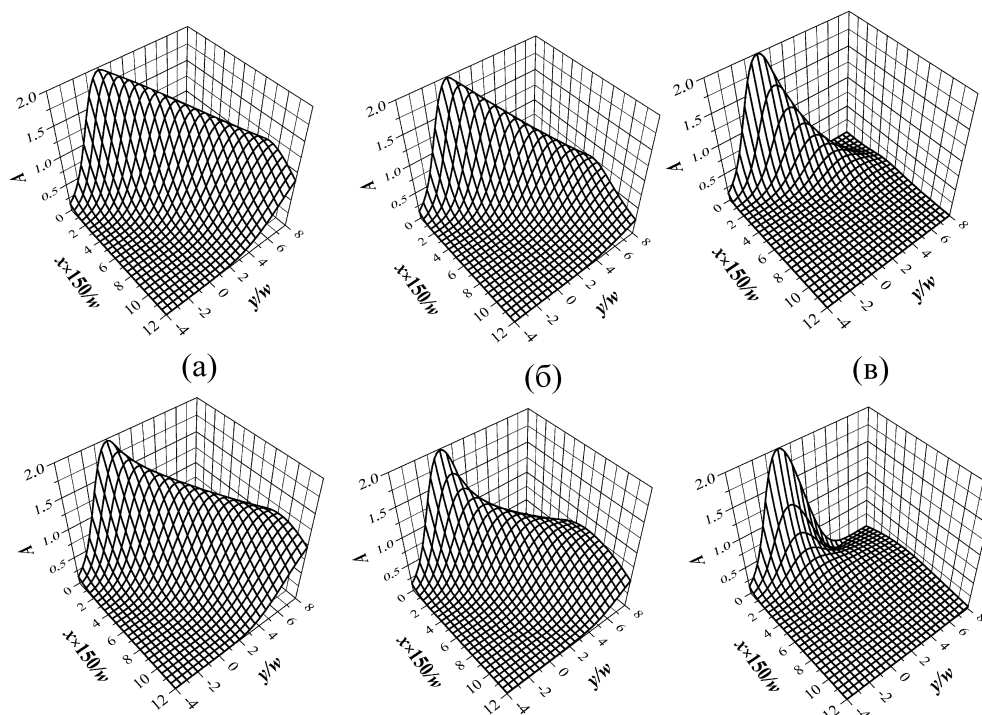


Рисунок 2 – Пространственное распределение амплитуды поля преломления гауссова пучка у границы прозрачных сред с показателями преломления 1,6 и 1,4 при $w_0/\lambda = 2 \cdot 10^3$, рассчитанное с помощью приближенного [3] (вверху) и точного [4] (внизу) решений для трех различных значений угла падения пучка на границу, когда он меньше критического на $10''$ (а), равен критическому (б), и больше критического на $20''$ (в). Масштаб по нормальной оси x увеличен в 150 раз по сравнению с масштабом по тангенциальной оси y .

Таким образом, приближенное решение, определяемое выражениями (6), (8) и параметрами фиктивных добавок $\Delta\varepsilon^{(m)}$ ($m = 0; 1; 2$), приведенными в [3], вполне адекватно описывает пространственную структуру поля, возникающего в результате преломления гауссова пучка на плоской границе раздела двух диэлектрических сред в различных режимах преломления.

Работа поддерживается Государственной программой научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция–2025» в рамках подпрограммы 11.3 «Междисциплинарные исследования и новые зарождающиеся технологии».

Список литературы

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
2. Маркузе Д. Оптические волноводы. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
3. Serdyuk V. M. Approximate analytical model of the refracted field of the Gaussian light beam on a plane dielectric interface // Opt. Commun. – 2023. – Vol. 535. – 129310.
4. Serdyuk V. M. Spatial structure of the refracted field of a Gaussian light beam at total internal reflection // Journ. Opt. Soc. Amer. A. – 2022. – Vol. 39, Issue 11. – P. 2083–2089.