Разделы БД «Основные языки программирования» и «таблица языков программирования, используемых в отечественных ЭВМ», содержат информацию, соответствующую названию раздела.

При реализации БД на ЭВМ ЕС-1020 были использованы следующие программы ИПС АСПИД-3.

Программа A — в режиме создания — для чтения исходного файла тезауруса и создания его внутрисистемного представления в виде файлов ТФ и его связей СФ; в режиме обновления — для чтения файла обновлений ТФ и СФ и обновления ТФ и СФ.

Программа X — для преобразования тезауруса во внешнее представление и получения распечаток.

Программа B — в режиме создания — для чтения исходных документов и создания файла ДФ; в режиме обновления — для чтения файла обновлений документов и обновления ДФ.

Программа Y — для проверки на соответствие файлов ДФ и ТФ.

Программы C1 и C2 — для создания и обновления поискового файла.

Программа D — для поиска и выдачи ответов.

Для работы с БД также использованы языки ЯРТ, ЯРД и специальный язык запросов ИПС АСПИД-3.

Созданная БД пока невелика по объему (около 500 понятий в тезаурусе и около 10 языков программирования, описанных по полной схеме, в документальном файле), а дополнительные разделы базы требуют расширения и усовершенствования. Однако практическая проверка БД на учебных занятиях со студентами показала правильность подхода к организации БД. Конструирование конкретной БД — длительный и трудоемкий процесс, есть реальные возможности дальнейшего совершенствования и расширения БД по языкам программирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. ИПС АСПИД-3.— В сб.: Математическое обеспечение ЕС ЭВМ, вып. 19. Минск, 1980.
2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах.— М., 1978.
3. Криницкий Н. А. и др. Программирование и алгоритмические языки.— М., 1979.

Поступила в редакцию 08.01.81.

Кафедра МО ЭВМ

УДК 517.925.12

В. В. АМЕЛЬКИН, КАСИМ МУХАМЕД АЛЬ-ХАЙДЕР

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ ИЗОХРОННОСТИ ЦЕНТРА

Рассмотрим вещественную дифференциальную систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - \sum_{i+j=2}^{\infty} A_{ij} x^i y^j \equiv -y - P(x, y), \\ \dot{y} &= x + \sum_{i+j=2}^{\infty} B_{ij} x^i y^j \equiv x + Q(x, y), \end{aligned} \tag{1}$$

где $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ — голоморфные в окрестности начала координат функции, не содержащие линейных и свободных членов.

Как известно, в зависимости от вида функций P и Q точка $O(0, 0)$ фазовой плоскости может быть для (1) либо центром, либо фокусом. Проблема различения центра от фокуса, а также связанная с ней проблема изохронности были предметом внимания многих авторов (довольно подробная библиография имеется в [1, 2]).

В настоящей заметке мы останавливаемся на одном из возможных подходов к решению указанных вопросов, который связан с приведением исходной дифференциальной системы к некоторому «каноническому» виду.

Теорема 1. Всегда существует вещественная замена переменных

$$u = x\left(1 + \sum_{i+j=1}^{\infty} a_{i+1,\,j}\, x^i y^j\right) + \sum_{k=1}^{\infty} a_{0,\,2k}\, y^{2k},$$
$$v = y\left(1 + \sum_{i+j=1}^{\infty} b_{i,\,j+1}\, x^i y^j\right), \tag{2}$$

приводящая (1) к системе вида

$$\dot{u} = -v - f(u),$$
$$\dot{v} = u + [v + f(u)]\, f'(u) + \sum_{k=1}^{\infty} (\gamma_{2k+1,\,0}\, v^{2k+1} + \gamma_{2k,\,1}\, u^{2k+1}), \tag{3}$$

где

$$f(u) = \sum_{l=2}^{\infty} c_l u^l,\quad f'(u) = df(u)/du.$$

Доказательство теоремы проводится на основе метода неопределенных коэффициентов и аналогично, например, доказательству теоремы 1 из [3].

Теорема 2. Для того чтобы начало координат системы (1) было центром, необходимо и достаточно существование вещественного преобразования (2), приводящего (1) к системе Гамильтона вида

$$\dot{u} = -v - f(u),$$
$$\dot{v} = u + [v + f(u)]\, f'(u) + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_{2k,\,1}\, u^{2k+1}, \tag{4}$$

где

$$f(u) = \sum_{l=2}^{\infty} c_l u^l,\quad f'(u) = df(u)/du.$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $O(0,\ 0)$ — центр для системы (1). На основании теоремы 1 существует преобразование вида (2), приводящее (1) к системе (3). Предположим, вопреки утверждению теоремы, что в (3) не все $\gamma_{2k+1,0}$ равны нулю. Именно, пусть для $k<n$ коэффициенты $\gamma_{2k+1,0}=0$, но уже $\gamma_{2n+1,0}\neq 0$. В этом случае можно указать полиномиальное преобразование

$$u = x\left(1 + \sum_{i+j=1}^{2n} a_{i+1,\,j}\, x^i y^j\right) + \sum_{k=1}^{n} a_{0,\,2k}\, y^{2k},$$
$$v = y\left(1 + \sum_{i+j=1}^{2n} b_{i,\,j+1}\, x^i y^j\right), \tag{5}$$

приводящее (1) к системе вида

$$\dot{u} = -v - f(u),$$
$$\dot{v} = u + [v + f(u)]\, f'(u) + \gamma_{2n+1,\,0}\, v^{2n+1} + \sum_{k=1}^{n} \gamma_{2k,\,1}\, u^{2k+1} + \Phi(u,\ v), \tag{6}$$

где $\Phi(u,\ v)$ — голоморфная в окрестности $u=v=0$ функция, разложение в ряд которой начинается с членов не ниже $(2n+2)$-го измерения.

Для системы (6) начало координат должно быть центром, а это означает, что для нее в окрестности $u=v=0$ должен существовать голоморфный интеграл вида

$$u^2 + v^2 + F(u,\ v) = c^2,$$

где $F(u, v)$ — голоморфная в окрестности $u=v=0$ функция выше 2-го измерения. Положим далее

$$u_1=u,\ v_1=v+f(u). \tag{7}$$

В переменных u_1, v_1 система (6) запишется так:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -v_1, \\ \dot{v} &= u_1+\gamma_{2n+1,0}\, v_1^{2n+1}+\sum_{k=1}^{n}\gamma_{2k,1}\, u_1^{2k+1}+\Phi^*(u_1, v_1), \end{aligned} \tag{8}$$

где $\Phi^*(u_1, v_1)$ — голоморфная в окрестности $u_1=v_1=0$ функция, разложение в ряд которой начинается с членов не ниже $(2n+2)$-го измерения.

Если ввести теперь полярные координаты $u_1=r\cos\varphi$ $v_1=r\sin\varphi$, то в силу (8)

$$\frac{dr}{d\varphi}=\Bigg[\gamma_{2n+1,0}\sin^{2n+2}\varphi\, r^{2n+1}+\sum_{k=1}^{n}\gamma_{2k,1}\cos^{2k+1}\sin\varphi\, r^{2k+1}+$$

$$+\Phi^*(\varphi, r)\sin\varphi\Bigg]\Bigg[1+\gamma_{2n+1,0}\sin^{2n+1}\varphi\cos\varphi\, r^{2n}+$$

$$+\sum_{k=1}^{n}\gamma_{2k,1}\cos^{2k+2}\varphi\, r^{2k}+\frac{1}{r}\Phi^*(\varphi, r)\cos\varphi\Bigg]^{-1}. \tag{9}$$

Подставляя в (9) значение r, выраженное правой частью соотношения $r=c+\sum_{k=2}^{\infty}u_k(\varphi)c^k$, $u_k(0)=0$, получаем, что $u_i(2\pi)=0$ для всех $i<2n+1$, а $u_{2n+1}(2\pi)=\gamma_{2n+1,0}\int_0^{2\pi}\sin^{2n+2}\varphi\, d\varphi\neq 0$. Отсюда следует, что начало координат для системы (8) есть фокус, а этого в силу исходного предположения и замен (5), (7) быть не может. Полученное противоречие и доказывает необходимость.

Достаточность. Пусть существует преобразование вида (2), приводящее (1) к системе (4). Это означает, что исходная дифференциальная система имеет в окрестности точки $O(0, 0)$ интеграл (голоморфный или формальный) вида $x^2+y^2+F(x, y)=c^2$, где функция $F(x, y)$ не содержит в своем разложении членов ниже третьего порядка. Это и означает, что начало координат для (1) является центром. Теорема доказана.

Теорема 3. Для того чтобы дифференциальная система (1) имела в начале координат изохронный центр, необходимо и достаточно существование вещественного преобразования (2), приводящего (1) к системе (4), где все $\gamma_{2k,1}=0$, $(k=1, 2, 3, \ldots)$.

Доказательство. *Необходимость.* Пусть начало координат является для системы (1) изохронным центром. На основании теоремы 2 можно утверждать, что в этом случае существует преобразование (2), приводящее (1) к системе (4). Предположим, что в (4) не все коэффициенты $\gamma_{2k,1}$ равны нулю. Именно, пусть для $k<n$ коэффициенты $\gamma_{2k,1}=0$, но уже $\gamma_{2n,1}\neq 0$.

Продифференцировав первое уравнение системы (4), получаем

$$\ddot{u}=-u-\sum_{k=n}^{\infty}\gamma_{2k,1}\, u^{2k+1}. \tag{10}$$

Согласно следствию из [4, с. 577], дифференциальное уравнение (10) не имеет возле $u=\dot{u}=0$ периодических решений с периодом 2π. Иными словами, уравнение (10) имеет возле $u=\dot{u}=0$ периодические решения с периодом 2π только в том случае, когда все $\gamma_{2k,1}=0$, $(k=n, n+1, \ldots)$. Последнее завершает доказательство необходимости.

Достаточность. Пусть существует преобразование (2), приводящее

(1) к системе вида (4), где все $\gamma_{2k,1}=0$, $(k=1, 2, \ldots)$, но исходная система при этом неизохронна. Последний факт приводит к тому, что соответствующие постоянные h_i-Ляпунова, фигурирующие в формуле Ляпунова для определения времени обхода изображающих точек по траекториям центра системы (1), не все равны нулю. Пусть, например, первой отличной от нуля постоянной h_i-Ляпунова будет постоянная h_m, т. е., как говорят, система (1) имеет в точке $O(0, 0)$ неизохронный центр порядка m. Учитывая теперь исходное предположение, можно всегда указать полиномиальное преобразование вида (5) со сколь угодно большим n, которое приведет исходную (1) к системе

$$\dot{u}=-v-f(u),$$

$$\dot{v}=u+[v+f(u)]f'(u)+\sum_{k=n}\gamma_{2k,1}u^{2k+1},$$

сколь угодно «близкой» к изохронной системе; последнее вступает в противоречие с тем, что исходная и преобразованная системы должны быть эквихронными. Полученное противоречие и доказывает теорему.

Следствие. Для того чтобы дифференциальная система (1) имела в начале координат изохронный центр, необходимо и достаточно существование определяемой соотношением (2) функции u такой, что в силу (1) $\frac{d^2u}{dt^2}+u\equiv 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амелькин В. В.— Дифференц. уравнения, 1977, т. 13, № 6, с. 971.
2. Сибирский К. С. Алгебраические инварианты дифференциальных уравнений и матриц.— Кишинев, 1976.
3. Пыжкова Н. В., Садовский А. П.— Дифференц. уравнения, 1980, т. 16, № 10, с. 1893.
4. Urabe M. J. of mathematics and mechanics, 1961, v. 10, № 4.

Поступила в редакцию 26.02.81.

Кафедра дифференциальных уравнений

УДК 519.4

Г. В. МАТВЕЕВ

СЛЕДОВАЯ ФОРМА НА ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРОСТОЙ АЛГЕБРЕ

Многие исследования (см., например, [1—4]) посвящены следовой форме на поле алгебраических чисел. Фрелих [2] установил связь рассматриваемых вопросов с теорией полей классов. В работе [4] замечено, что строение группы Галуа соответствующего расширения зависит от параметров следовой формы. Цель настоящей заметки — рассмотреть некоммутативный аналог следовой формы. Иными словами, изучается следовая форма на центральной простой алгебре над полем алгебраических чисел. Основной результат состоит в том, что некоммутативный случай сводится к коммутативному по модулю гиперболических форм. Перейдем к точным формулировкам.

Пусть A — центральная простая алгебра с центром K, являющимся полем алгебраических чисел. Рассмотрим на алгебре билинейную симметрическую форму $\beta(x, y)=\mathrm{Trd}(xy)$, где $x, y\in A$, а через Trd обозначен приведенный след. Хорошо известно, что форма β невырожденная. Наша цель — свести изучение этой формы к коммутативному случаю, т. е. к случаю, когда алгебра A является полем конечной степени над полем K, а приведенный след обычным следом.

Ниже используются стандартные обозначения из алгебраической теории квадратичных форм [3]. При изучении возникающих таким образом квадратичных форм иногда удобно переходить на язык квадратичных