2. Доказанная теорема является обобщением теоремы существования [6, стр. 21] для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.

3. Введенное понятие решения отличается от общепринятого. Обычно, под решением задачи (1) понимают абсолютно непрерывную функцию $x(\cdot): T_1 \to E$ такую, что $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(\tau)\, d\tau$, где $v(\cdot)$ суммируемое по Бохнеру сечение $F(t, x(t))$. Ясно, что решение (в обычном смысле) является сечением решения (в смысле введенном в заметке).

ЛИТЕРАТУРА

1. Castaing C., Valadier M. Convex Analysis and Measurable Multifunctions, 1977.
2. Иоффе А. Д., Левин В. Л.— Труды Моск. матем. об-ва, 1972, т. 26.
3. Хилле Э., Филипс Р. Функциональный анализ и полугруппы.— М., 1962.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа.— М., 1968.
5. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач.— М., 1974.
6. Мамедов Я. Д. Односторонние оценки в условиях исследования дифференциальных уравнений в банаховых пространствах.— Баку, 1971.

Поступила в редакцию
14.04.80.

Кафедра высшей математики ФПМ

УДК 517.925.11

А. П. САДОВСКИЙ

СУЩЕСТВОВАНИЕ ГОЛОМОРФНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА В СЛУЧАЕ ЦЕНТРА

Будем рассматривать дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x + Q(x, y)}{y + P(x, y)}, \tag{1}$$

где P, Q — голоморфные в окрестности $x=y=0$ функции без свободных и линейных членов.

Теорема 1. Для того чтобы начало координат уравнения (1) было центром, необходимо и достаточно существование единственного голоморфного в окрестности $x=Y=0$ преобразования

$$y = Y + \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_{2k}(x) Y^{2k} \equiv Y + v(x, Y^2) \tag{2}$$

$(\varphi_0(0) = \varphi_0'(0) = 0)$, приводящего (1) к виду

$$YY' = -x - f(x, Y^2), \tag{3}$$

где $f(x, z)$ — голоморфная в окрестности $x = z = 0$ функция, $f(0, 0) = \frac{\partial f(0, 0)}{\partial x} = 0$.

Доказательство. Достаточность очевидна, см., например, [1].

Необходимость. Пусть $O(0, 0)$ является центром уравнения (1). На основании теоремы Ляпунова [1, 2] для (1) существует голоморфный в окрестности $x=y=0$ интеграл

$$x^2 + \varphi(x) + y\varphi_1(x) + y^2[1 + \psi(x, y)] = C, \tag{4}$$

где $\varphi(0) = \varphi'(0) = \varphi''(0) = \varphi_1(0) = \varphi_1'(0) = \psi(0, 0) = 0$.

Преобразуем теперь левую часть интеграла (4) при помощи некоторой голоморфной замены (2). Имеем

$$x^2 + \varphi(x) + (Y+v)\varphi_1(x) + (Y^2 + 2Yv + v^2)[1 + \\ + \psi(x, Y+v)] \equiv x^2 + \varphi(x) + (Y+v)\varphi_1(x) + \\ + (Y^2 + 2Yv + v^2)[1 + \psi_1(x, Y^2, v) + Y\psi_2(x, Y^2, v)] \equiv$$

$$\equiv x^2+\varphi(x)+v\varphi_1(x)+(Y^2+v^2)(1+\psi_1)+2Y^2v\psi_2+$$
$$+Y[\varphi_1(x)+2v+2v\psi_1+(Y^2+v^2)\psi_2]. \qquad (5)$$

Рассмотрим далее уравнение

$$F(x, z, v)=0, \qquad (6)$$

где $F(x, z, v)\equiv\varphi_1(x)+2v+2v\psi_1(x, z, v)+(z+v^2)\psi_2(x, z, v)$. Ясно, что $F(0, 0, 0)=0$, $\frac{\partial F(0, 0, 0)}{\partial v}=2\neq 0$. На основании теоремы о неявной функции уравнение (6) имеет единственное решение $v=v(x, z)$, где $v(x, z)$, $v(0, 0)=0$ — голоморфная в окрестности $x=z=0$ функция. Из (4), (5) следует, что замена (2), где $v(x, z)$ — решение уравнения (6) с $v(0, 0)=0$, приводит уравнение (1) к виду (3). Единственность преобразования (2) следует из [3]. Теорема доказана.

Следствие. Начало координат уравнения нелинейных колебаний

$$yy'=-x-Q(x, y) \qquad (7)$$

будет центром тогда и только тогда, когда существует единственное голоморфное в окрестности $x=Y=0$ преобразование $y=Y+v_1(x, Y^2)Y^2$, приводящее (7) к виду (3).

Положим $P(x, Y+v)\equiv P_1(x, Y^2, v)+YP_2(x, Y^2, v)$, $Q(x, Y+v)\equiv Q_1(x, Y^2, v)+YQ_2(x, Y^2, v)$. С помощью теоремы 1 легко можно доказать следующее утверждение.

Теорема 2. Особая точка $O(0, 0)$ уравнения (1) является центром тогда и только тогда, когда уравнение в частных производных

$$(v^2-z+2vP_1-2zP_2+P_1^2-zP_2^2)\frac{\partial v}{\partial x}+(2xz+2zQ_1+2xzP_2+$$
$$+2zP_2Q_1-2zvQ_2-2zP_1Q_2)\frac{\partial v}{\partial z}+xv-zQ_2+vQ_1+xP_1+P_1Q_1-zP_2Q_2=0$$
$$(P_i=P_i(x, z, v),\ Q_i=Q_i(x, z, v),\ i=1, 2)$$

имеет единственное голоморфное в окрестности $x=z=0$ решение

$$v=v(x, z)\equiv\sum_{k=1}^{\infty}[f_k(x^2, z)+xg_k(x^2, z)], \qquad (8)$$

где $f_k(u, z)$, $g_k(u, z)$ — однородные полиномы k-ой степени.

Находя последовательно методом неопределенных коэффициентов полиномы f_k и g_k из (8), можно получить необходимые и достаточные условия центра для (1).

Для уравнения нелинейных колебаний (7) можно составить уравнение в частных производных для функции $v_1(x, z)$. В развернутом виде это уравнение содержится в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Сибирский К. С. Алгебраические инварианты дифференциальных уравнений и матриц.— Кишинев, 1976.
2. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. Собр. соч.— М.—Л., 1956, т. 2.
3. Садовский А. П. Функциональный метод составления условий центра. Докл. АН БССР, 1979, т. 23, № 6, с. 492.

Поступила в редакцию
20.11.80.

Кафедра высшей математики и математической физики

УДК 62-507.019.3

А. Е. ЛЮЛЬКИН

ОДИН ПОДХОД К ВЫЧИСЛЕНИЮ ПОДМНОЖЕСТВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НЕИСПРАВНОСТЕЙ ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

В последнее время широкое распространение получили структурные методы построения проверяющих тестов логических схем (D — алгоритм [1], активизация одномерных путей [2], моделирование неисправностей на