

И. К. Данейко, А. А. Спиридонов

СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В
СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

В настоящей работе рассматривается задача распространения сфокусированного лазерного пучка с эффективным радиусом b в турбулентной атмосфере. Исследуются сильные флуктуации интенсивности, вызываемые многократным рассеянием лазерного излучения на случайных неоднородностях среды на протяженных трассах. Свойства среды задаются колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной атмосферы [1]:

$$\Phi_\varepsilon = 0.033C_\varepsilon^2\chi^{-1/3} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\chi_m^2}\right), \quad (1)$$

где C_ε^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости, $\chi_m = \frac{5.92}{l_0}$, l_0 – внутренний масштаб турбулентности.

Пусть в статистически однородной стационарной слаборассеивающей среде распространяется волновой пучок. В этом случае функция когерентности четвертого порядка волнового пучка, распространяющегося в плавно-неоднородной двухмерной среде в положительном направлении оси z , удовлетворяет параболическому уравнению в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial \Gamma_4}{\partial \zeta} - i \left(\frac{\partial^2 \Gamma_4}{\partial p \partial s} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \Gamma_4}{\partial R \partial q} \right) - \gamma F_b(s, p, q) \Gamma_4 = 0, \quad (2)$$

где $\Gamma_4(\zeta, p, s, R, q)$ – функция когерентности четвертого порядка в безразмерных переменных:

$$\zeta = \frac{z}{kl_0^2}, R = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4b}, p = \frac{x_1 + x_2 - x_3 - x_4}{2l_0}, \quad (3)$$

$$s = \frac{x_1 + x_3 - x_2 - x_4}{2l_0}, q = \frac{x_1 - x_2 - x_3 + x_4}{l_0},$$

$\beta = b/l_0$ – относительная ширина пучка;

$F_b(p, s, q) = \left[D_\varepsilon\left(p + \frac{q}{2}\right) + D_\varepsilon\left(p - \frac{q}{2}\right) + D_\varepsilon\left(s + \frac{q}{2}\right) + D_\varepsilon\left(s - \frac{q}{2}\right) - \right. \\ \left. - D_\varepsilon(p + s) + D_\varepsilon(p - s) \right] / D_\varepsilon(0)$ – нормированная функция рассеяния сре-

ды; $D_\varepsilon(r) = 2 \int [1 - \cos(\vec{\chi} \cdot \vec{r})] \Phi_\varepsilon(\chi) d^3\vec{\chi}$ – структурная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости среды; $\gamma = k^3 D_\varepsilon(0) l_0^2$ – параметр рассеяния среды;

Преобразование Фурье от $\Gamma_4\left(\zeta, p, s, R, q + \frac{\alpha\zeta}{\beta}\right)$ по R

$$\bar{\Gamma}_4(\zeta, p, s, \alpha, q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4\left(\zeta, p, s, R, q + \frac{\alpha\zeta}{\beta}\right) \exp(-i\alpha R) dR \quad (4)$$

удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}_4}{\partial \zeta} - i \frac{\partial \bar{\Gamma}_4}{\partial p \partial s} - \gamma F_b\left(p, s, q + \frac{\alpha\zeta}{\beta}\right) \bar{\Gamma}_4 = 0 \quad (5)$$

В уравнении (5) p, s и ζ можно рассматривать как независимые переменные, а q и α – как параметры. Таким образом, для нахождения $\Gamma_4(\zeta, p, s, R, q)$ на произвольной дальности $\zeta = \zeta_2$ при известной $\Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q)$ используем спектральный метод численного решения параболического уравнения для функции когерентности четвертого порядка. Этот метод основывается на расщеплении уравнения функции когерентности на два уравнения, одно из которых описывает дифракцию лазерного излучения при распространении в среде без рассеяния, другое – рассеяние на случайных неоднородностях среды. Сделаем следующие преобразования:

1) Фурье-преобразование $\Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q)$ по R

$$\bar{\Gamma}_4\left(\zeta = \zeta_2, p, s, R, q - \frac{\alpha\zeta}{\beta}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q) \exp(-i\alpha R) dR; \quad (6)$$

2) интегрируем уравнение (5) на отрезке $[\zeta_1, \zeta_2]$, используя спектральный метод численного решения задачи распространения плоской волны;

3) обратное Фурье-преобразование $\bar{\Gamma}_4$ по α

$$\Gamma_4(\zeta = \zeta_2, p, s, R, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Gamma}_4\left(\zeta = \zeta_2, p, s, R, q - \frac{\alpha\zeta_2}{\beta}\right) \exp(i\alpha R) d\alpha. \quad (7)$$

Анализ результатов численного расчета функции когерентности четвертого порядка гауссового волнового пучка, распространяющегося в двухмерной случайно-неоднородной среде с колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости проводится для различных значений относительной ширины пучка $\beta = b/l_0 = 1; 5$ и параметра рас-

сеивания $\gamma = 0.5$, выбранных такими для анализа влияния начального размера пучка (b) и статистических свойств среды (l_0, C_ε^2) на флуктуации интенсивности волнового поля. Рассмотрим поведение относительной дисперсии флуктуаций интенсивности :

$$S_I^2 = \frac{\Gamma_4(\zeta, 0, 0, R, 0) - \Gamma_2^2(\zeta, 0, \beta R)}{\Gamma_2^2(\zeta, 0, \beta R)} \quad (8)$$

и корреляционной функции флуктуаций интенсивности:

$$G_I(\zeta, s, R) = \frac{\Gamma_4(\zeta, 0, s, R, 0) - \Gamma_2\left(\zeta, 0, \beta R + \frac{s}{2}\right)\Gamma_2\left(\zeta, 0, \beta R - \frac{s}{2}\right)}{\Gamma_2\left(\zeta, 0, \beta R + \frac{s}{2}\right)\Gamma_2\left(\zeta, 0, \beta R - \frac{s}{2}\right)}. \quad (9)$$

На рис.1 представлена зависимость относительной дисперсии флуктуаций интенсивности S_I^2 и средней нормированной интенсивности $\langle I \rangle$ гауссового пучка от нормированного поперечного расстояния $\rho = R/b$ для относительной дальности $\zeta = 2$ и относительной ширины пучка $\beta = 1$.

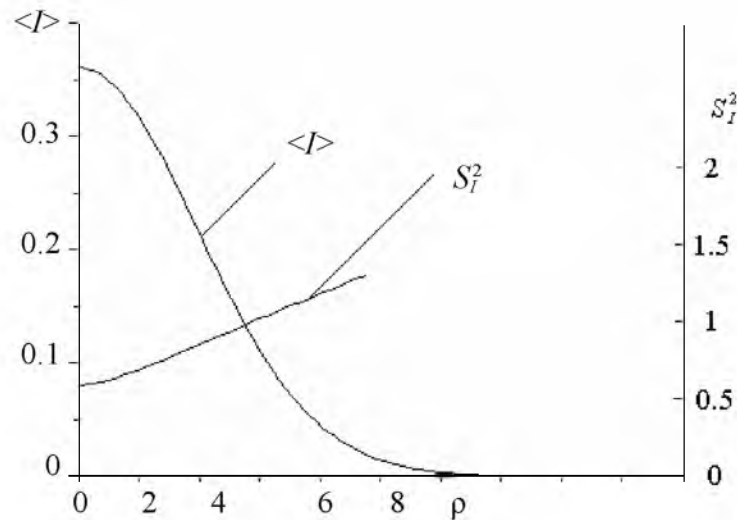


Рис. 1. Зависимость индекса мерцаний S_I^2 и средней нормированной интенсивности $\langle I \rangle$ гауссового пучка от нормированного поперечного расстояния $\rho = R/b$ для относительной дальности $\zeta = 2$ и относительной ширины пучка $\beta = 1$

Видно, что относительная дисперсия флуктуаций интенсивности увеличивается к границе пучка. Когда пучок распространяется в среде, он рассеивается и S_I^2 будет изменяться значительным образом только для значений относительного поперечного расстояния ρ , имеющих порядок эффективного радиуса пучка ρ_e , определяемого как поперечное расстояние, на котором средняя интенсивность $\langle I \rangle$ уменьшается в поперечном на-

правлении в e^2 раз по сравнению с $\langle I \rangle$ на оси пучка. К границе пучка S_I^2 ($\zeta = 2, \rho$) асимптотически приближается к своему насыщению.

На рис. 2, 3 изображены нормированные корреляционные функции флуктуации интенсивности G_I ($\zeta = \text{const}, s, R = 0$) гауссового пучка в двух точках наблюдения $\left(x_1 = -\frac{l_0 s}{2} \text{ и } x_2 = \frac{l_0 s}{2} \right)$, расположенных симметрично относительно оси пучка ($R = 0$), для относительной дальности $\zeta = 2$ и 5, параметра интенсивности $\gamma = 0.5$ и двух значений относительной ширины пучка $\beta = 1$ и $\beta = 5$. Корреляционная функция флуктуаций интенсивности плоской волны с единичной амплитудой также изображена для сравнения.

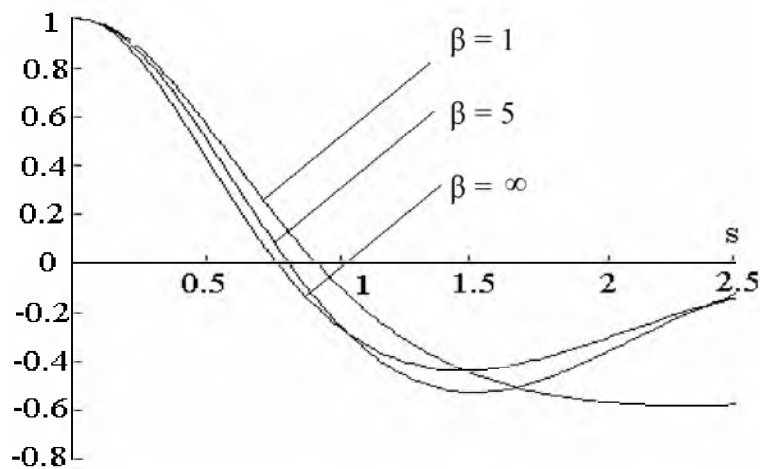


Рис. 2. Распределение нормированной корреляционной функции флуктуаций интенсивности G_I ($\zeta = 2, s, R = 0$) для параметра рассеяния $\gamma = 0.5$ и двух значений относительной ширины пучка $\beta = 1$ и $\beta = 5$

Видно, что характерный поперечный масштаб главного максимума корреляционной функции слабо зависит от относительной ширины пучка и дальности распространения ζ и имеет порядок радиуса корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости l_0 (внутренний масштаб турбулентности). Поперечный масштаб главного максимума корреляционной функции флуктуаций интенсивности плоской волны меньше, чем для гауссового пучка. С ростом относительной ширины пучка β ширина главного максимума уменьшается, также как и с уменьшением дальности. Для малых значений ζ наблюдается наличие максимума, который двигается в поперечном направлении оси s и увеличивается по абсолютному значению с уменьшением β . Затем кривая G_I асимптотически приближается к нулю с различной скоростью в зависимости от β . Флуктуации интенсивности в области насыщения становятся некоррелированными. На больших дальностях минимума G_I не наблюдается, а к границе

пучка в области насыщения флуктуации становятся некоррелированными для меньших значений s .

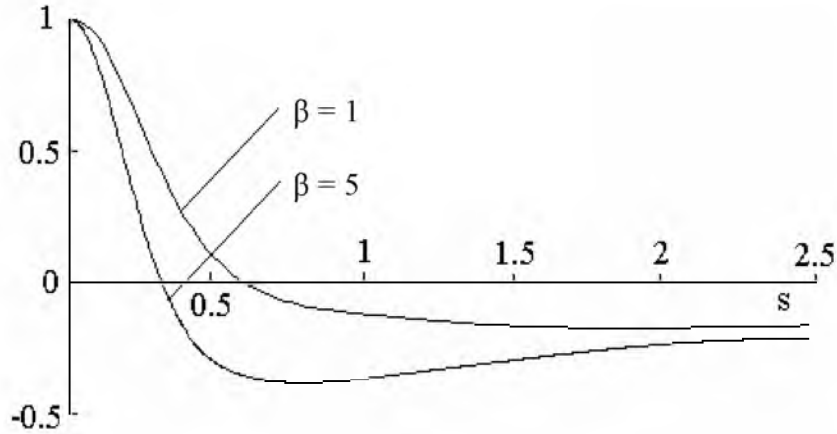


Рис. 3. Распределение нормированной корреляционной функции флуктуаций интенсивности G_I ($\zeta = 5, s, R = 0$) для параметра рассеяния $\gamma = 0,5$ и двух значений относительной ширины пучка $\beta = 1$ и $\beta = 5$

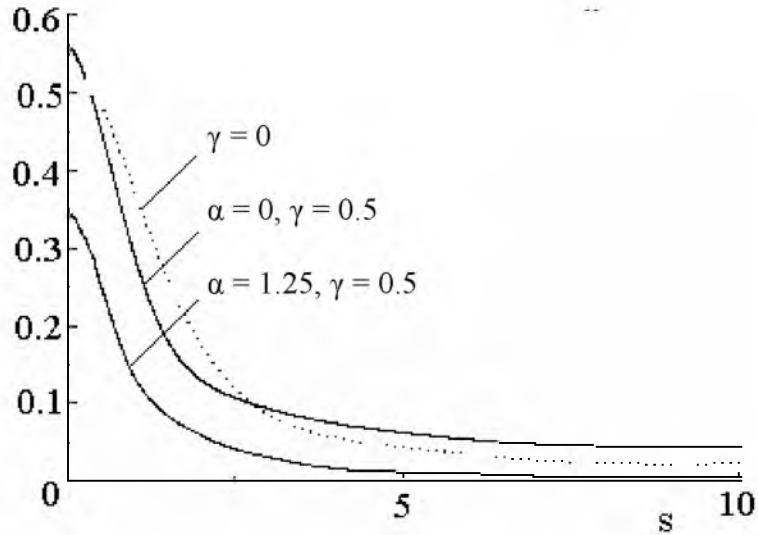


Рис. 4. График зависимости спектральной функции $\bar{\Gamma}_4$ ($\zeta = 2, p = 0, s, \alpha = \text{const}, q = -\alpha\zeta/\beta = \text{const}$) от поперечной координаты s для различных значений параметра рассеяния $\gamma = 0; 0.5$ и относительной ширины пучка $\beta = 1$

В заключение рассмотрим пространственное поведение функции когерентности четвертого порядка. На рис. 4 и 5 показаны зависимости спектральной функции $\bar{\Gamma}_4$ ($\zeta = \text{const}, p = 0, s, \alpha = \text{const}, q = -\alpha\zeta/\beta = \text{const}$) от поперечной координаты s для различных значений относительной ширины пучка $\beta = 1$ и 5 и параметра рассеяния $\gamma = 0$ и 0.5 . Параметр рас-

сеяния $\gamma = 0$ означает распространение пучка в свободной нерассеивающей среде.

Когда при распространении пучка в среде процессы рассеивания становятся преобладающими (в областях насыщения флуктуаций интенсивности, больших дальностей), то все поперечные масштабы для двух значений относительной ширины пучка $\beta = 1$ и $\beta = 5$ имеют порядок единицы, т. е. меньше чем в случае распространения в свободном нерассеивающем пространстве.

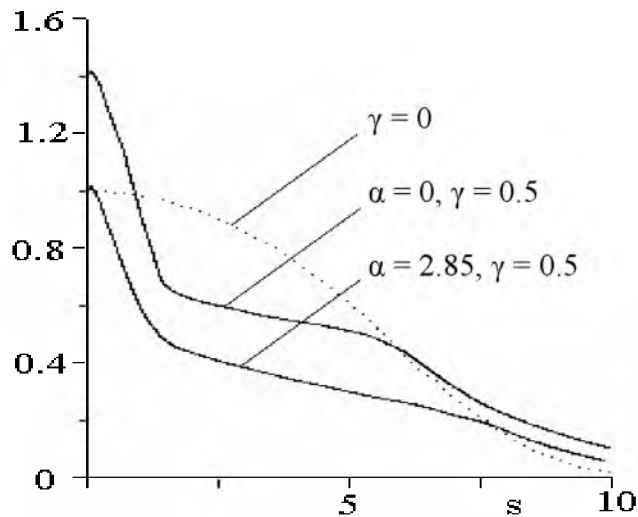


Рис. 5. График зависимости спектральной функции

$\bar{\Gamma}_4(\zeta = 2, p = 0, s, \alpha = \text{const}, q = -\alpha\zeta/\beta = \text{const})$ от поперечной координаты s для различных значений параметра рассеяния $\gamma = 0; 0.5$ и относительной ширины пучка $\beta = 5$

Спектральная функция $\bar{\Gamma}_4(\zeta, p, s, 0, 0)$ имеет важный физический смысл, т. к. она пропорциональна среднему от корреляционной функции $\Gamma_4(\zeta, p, s, R, q)$ по R . Она также удовлетворяет (при $p=0$) закону сохранения:

$$\frac{d}{d\zeta} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4(\zeta, 0, s, 0, 0) ds = 0.$$

Следовательно площадь под графиками спектральной функции Γ_4 одинаковые и не зависят ζ и γ . Также видно, что $\bar{\Gamma}_4(\zeta, p = 0, s, 0, 0)$ сначала резко уменьшается с ростом s с характерным масштабом порядка единицы, а затем имеет плавное падение, таким образом, чтобы удовлетворить закону сохранения.

1. Литература

1. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983.
2. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск.: Наука, 1981. 246 с.