

И. К. Данейко, А. А. Спиридонов

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

В работе рассматривается поведение пространственной корреляционной функции флуктуаций интенсивности лазерного пучка, распространяющегося в случайно-неоднородной атмосфере. Свойства среды задаются корреляционной функцией флуктуаций диэлектрической проницаемости [1].

Использовано параболическое приближение волнового уравнения для пространственной функции когерентности четвертого порядка и спектральный метод численного решения этого уравнения.

Уравнение, описывающее функцию когерентности четвертого порядка, имеет вид:

$$\frac{\partial \Gamma_4}{\partial z} - \frac{i}{2k} (\Delta_1 - \Delta_2 - \Delta_3 + \Delta_4) \Gamma_4 - k^2 \bar{F} \Gamma_4 - \frac{ik}{2} [\bar{\mu}(\vec{\rho}_1) - \bar{\mu}(\vec{\rho}_2) - \bar{\mu}(\vec{\rho}_3) - \bar{\mu}(\vec{\rho}_4)] \Gamma_4 = 0, \quad (1)$$

где  $\bar{\mu}(\vec{\rho})$  – функция профиля рефракционного канала,  $\bar{F}$  – функция рассеяния случайной среды, определяемая через структурную функцию флуктуаций диэлектрической проницаемости  $\bar{D}$ :

$$\bar{F} = \bar{D}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) + \bar{D}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_3) + \bar{D}(\vec{\rho}_4 - \vec{\rho}_2) + \bar{D}(\vec{\rho}_4 - \vec{\rho}_3) - \bar{D}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_4) - \bar{D}(\vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_3). \quad (2)$$

Считаем, что неоднородный профиль диэлектрической проницаемости лежит в поперечной плоскости.

Сделаем замену переменных:

$$\begin{bmatrix} 2\vec{R} \\ \vec{p} \\ \frac{\vec{q}}{2} \\ \vec{s} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\rho}_1 \\ \vec{\rho}_2 \\ \vec{\rho}_3 \\ \vec{\rho}_4 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Ограничим наше внимание двумерным случаем, рассматривая распространение в вертикальной плоскости высота – дальность. Тогда векторные переменные  $\vec{R}, \vec{p}, \vec{S}, \vec{q}$ , будут скалярными  $\bar{R}, \bar{p}, \bar{q}, \bar{S}$ .

Для скалярных переменных после преобразований имеем:

$$-\frac{ik}{2}(\bar{\mu}(\bar{\rho}_1) + \bar{\mu}(\bar{\rho}_4)) = -\frac{ik}{2}(\bar{\mu}'(\bar{R})\bar{q} + \bar{\mu}'(R)\bar{p} \cdot \bar{s}),$$

$$\bar{D} = -\Lambda D \left( \left( \frac{\bar{s}}{l_0} \right)^2 \right),$$
(4)

где  $\Lambda$  – характерный масштаб структурной функции флуктуации диэлектрической проницаемости, связанный с характерным масштабом рассеивания фазы  $l_f = \frac{1}{k^2 \lambda}$ .

Введем безразмерные нормированные переменные:

$$Z = \frac{z}{l_f}; s = \frac{\bar{s}}{2r_d}; p = \frac{\bar{p}}{2r_d}; q = \frac{\bar{q}}{2r_d}; R = \frac{\bar{R}}{F};$$
(5)

где  $r_d = \frac{z}{kb}$  – дифракционный радиус пучка;  $b$  – начальный радиус пучка  $F$  – характерный масштаб изменения функции профиля канала  $\mu$ ;  $l_D$  – характерный масштаб дифракции.

Тогда уравнение для функции когерентности четвертого порядка в безразмерных нормированных переменных будет иметь вид:

$$\frac{\partial \Gamma_4}{\partial Z} - i \left[ \frac{l_{sp}}{F} \frac{\partial^2}{\partial R \partial q} + \frac{\partial^2}{\partial p \partial s} \right] \Gamma_4 - f \Gamma_4 +$$

$$+ \left[ -\frac{i}{2} \frac{l_f^2}{l_{sp} F} \frac{\partial \bar{\mu}(R)}{\partial R} q - \frac{l_f^2}{(F)^2} \frac{\partial^2 \bar{\mu}(R)}{\partial R^2} \right] \Gamma_4 = 0,$$
(6)

где

$$f_{qv}(p, s, q) = -k^2 l_f [D(l_{sp}(p+s)) + D(l_{sp}(p-s)) - D(l_{sp}(s + \frac{q}{2})) -$$

$$- D(l_{sp}(s - \frac{q}{2})) - D(l_{sp}(p + \frac{q}{2})) - D(l_{sp}(p - \frac{q}{2}))]$$
(7)

– нормированная функция рассеивания среды,  $\bar{\mu}$  – нормированная функция профиля канала;  $l_{sp} = \sqrt{l_f/k}$ .

Для квадратичного профиля канала  $\bar{\mu}(R) = \frac{\delta}{2} \left( \frac{\bar{R}}{F} \right)^2$  имеем:

$$\frac{\partial \bar{\mu}(\bar{R})}{\partial R} = \delta R; \quad \frac{\partial^2 \bar{\mu}(R)}{\partial R^2} = \delta.$$
(8)

и уравнение (6) запишется в виде:

$$\frac{\partial \Gamma_4}{\partial Z} - i \left[ a_1 \frac{\partial^2}{\partial R \partial q} + \frac{\partial^2}{\partial p \partial s} \right] \Gamma_4 - f_{qv} \Gamma_4 - i a_3 R q \Gamma_4 - i a_1 a_3 p s \Gamma_4 = 0, \quad (9)$$

где постоянные  $a_1, a_3$  определяются как:

$$a_1 = \frac{l_{sp}}{F}, \quad a_3 = \frac{k l_{sp} l_f}{2F} \delta, \quad a_1 a_3 = \frac{l_f^2}{2(F)^2} \delta. \quad (10)$$

Преобразование Фурье от  $\Gamma_4 \left( \zeta, p, s, R, q + \frac{\alpha \zeta}{\beta} \right)$  по  $R$ :

$$\bar{\Gamma}_4(\zeta, p, s, \alpha, q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4 \left( \zeta, p, s, R, q + \frac{\alpha \zeta}{\beta} \right) \exp(-i\alpha R) dR \quad (11)$$

и представление  $Q$  как параметра приводит к дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}_4}{\partial \zeta} - i \frac{\partial \bar{\Gamma}_4}{\partial p \partial s} - \gamma F_b \left( p, s, q + \frac{\alpha \zeta}{\beta} \right) \bar{\Gamma}_4 = 0. \quad (12)$$

В уравнении (5)  $p, s, \zeta$  можно рассматривать как независимые переменные, а  $q$  и  $\alpha$  – как параметры. Таким образом, для нахождения  $\Gamma_4(\zeta, p, s, R, q)$  на произвольной дальности  $\zeta = \zeta_2$  при известной функции  $\Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q)$  делаем следующие преобразования:

1) Фурье-преобразование  $\Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q)$  по  $R$ :

$$\bar{\Gamma}_4 \left( \zeta = \zeta_2, p, s, R, q - \frac{\alpha \zeta}{\beta} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4(\zeta = \zeta_1, p, s, R, q) \exp(-i\alpha R) dR; \quad (13)$$

2) интегрируем уравнение (5) на отрезке  $[\zeta_1, \zeta_2]$ , используя спектральный метод численного решения задачи распространения плоской волны;

3) обратное Фурье-преобразование  $\bar{\Gamma}_4$  по  $\alpha$ :

$$\Gamma_4(\zeta = \zeta_2, p, s, R, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Gamma}_4 \left( \zeta = \zeta_2, p, s, R, q - \frac{\alpha \zeta_2}{\beta} \right) \exp(i\alpha R) d\alpha. \quad (14)$$

Анализ результатов численного расчета функции когерентности четвертого порядка проводился для гауссового волнового пучка с длиной волны  $\lambda = 0.63$  мкм и дифракционным параметром (размером передающей апертуры источника)  $l_D = \frac{k b^2}{\zeta} = 25$ , распространяющегося в двухмерной случайно-неоднородной среде со спектром неоднородностей диэлектрической проницаемости вида:

$$\Phi_{\varepsilon} = 0,033C_{\varepsilon}^2\chi^{-11/3} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\chi_m^2}\right), \quad (15)$$

где  $C_{\varepsilon}^2$  - структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости,  $\chi_m = \frac{5,92}{l_0}$ ,  $l_0$  - внутренний масштаб турбулентности.

Рассмотрено поведение индекса мерцаний

$$S_I^2 = \frac{\Gamma_4(\zeta, 0, 0, R, 0) - \Gamma_2^2(\zeta, 0, R)}{\Gamma_2^2(\zeta, 0, R)} \quad (16)$$

в зависимости от параметра рассеяния

$$\gamma = 2,59C_n^2k^2b^{5/3}\zeta, \quad (17)$$

где  $C_n^2 = C_{\varepsilon}^2/4$  - структурная характеристика показателя преломления,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число,  $b$  - начальный радиус пучка,  $\zeta$  - длина трассы распространения.

На рис. 1 представлен график зависимости индекса мерцаний на оси гауссового пучка  $S_I^2$  от параметра рассеяния  $\gamma$ .

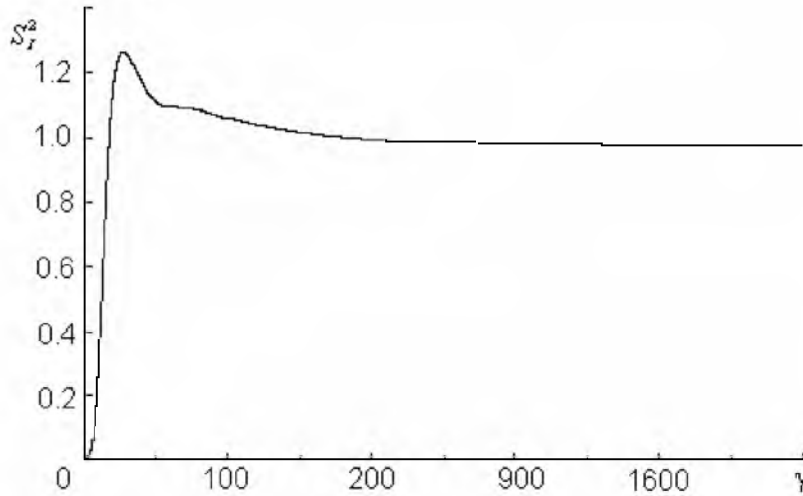


Рис. 1. Численный расчет индекса мерцаний  $S_I^2$  в зависимости от параметра рассеяния  $\gamma$

Для малых значений параметра рассеяния  $\gamma < 10$  (малые значения структурной характеристики показателя преломления  $C_n^2$  или длины трассы  $\zeta$ ) наблюдается рост индекса мерцаний  $S_I^2$  с увеличением  $\gamma$ . В области  $\gamma \approx 50$  имеется фокус флуктуаций интенсивности и индекс мерца-

ний  $S_I^2$  достигает своего максимального значения. С дальнейшим ростом  $\gamma$  ( $\gamma > 100$ ) индекс мерцаний  $S_I^2$  насыщается на уровне, близком к единице. Таким образом, можно выделить три характерных области флуктуаций интенсивности [1]: область слабых флуктуаций ( $\gamma < 10$ ), области фокусировки флуктуаций ( $\gamma \approx 50$ ) и области сильных флуктуаций ( $\gamma > 100$ ).

Рассмотрим изменение нормированной корреляционной функции флуктуации интенсивности

$$G_I(\zeta, s, R) = \frac{\Gamma_4(\zeta, 0, s, R, 0) - \Gamma_2\left(\zeta, 0, R + \frac{s}{2}\right)\Gamma_2\left(\zeta, 0, R - \frac{s}{2}\right)}{\Gamma_2\left(\zeta, 0, R + \frac{s}{2}\right)\Gamma_2\left(\zeta, 0, R - \frac{s}{2}\right)}. \quad (18)$$

гауссового пучка в двух точках наблюдения  $\left(x_1 = -\frac{l_0 s}{2} \text{ и } x_2 = \frac{l_0 s}{2}\right)$ , расположенных симметрично относительно оси пучка ( $R = 0$ ) в плоскости поперечной к направлению распространения ( $\zeta = F = \text{const}$ ), в зависимости от параметра рассеяния  $\gamma$ . Выберем значения параметра рассеяния  $\gamma = 1; 10; 50; 500$  для проведения сравнительного анализа пространственной корреляции в трех характерных областях флуктуаций интенсивности.

На рис. 2 представлен график зависимости нормированной корреляционной функции флуктуации интенсивности  $G_I$  ( $\zeta = \text{const}, s, R = 0$ ) от нормированного расстояния между точками наблюдения  $s$  ( $s = \frac{\bar{s}}{2r_d}$ ). Из

вида кривой 1  $G_I$  ( $\zeta = \text{const}, s, R = 0$ ) видно, что радиус положительной корреляции  $r_l$  слабых флуктуаций интенсивности приблизительно равен

дифракционному радиусу пучка  $r_d = \frac{z}{kb}$ . При разносе точек наблюдения

на расстояние порядка  $2r_d$  наблюдается глубокая отрицательная корреляция ( $G_I \approx -0,6$ ), что согласуется с асимптотическим решением метода плавных возмущений [1]. Дальнейшее увеличение разноса точек наблюдения приводит к асимптотическому исчезновению корреляции флуктуаций интенсивности. С увеличением параметра рассеяния происходит рост радиуса положительной корреляции  $r_l$  и уменьшение уровня отрицательной корреляции (кривая 2).

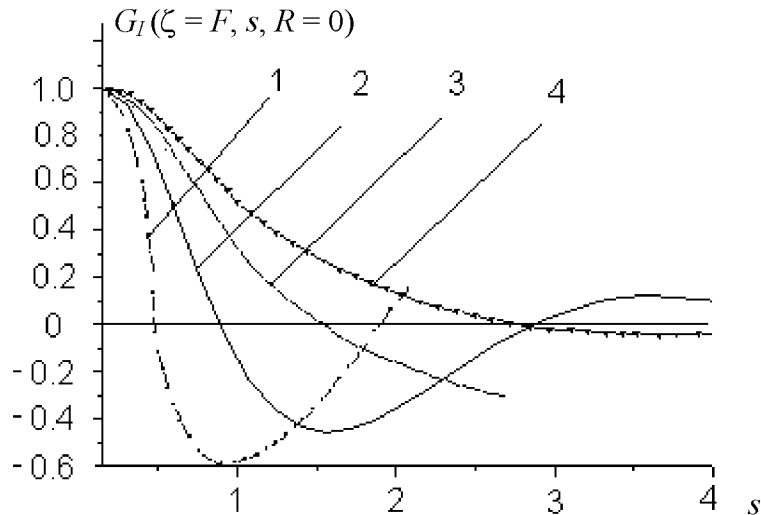


Рис. 2. Распределение нормированной корреляционной функции флуктуаций интенсивности  $G_I(\zeta = F, s, R = 0)$  в поперечной плоскости  $\zeta = F$  для различных значений параметра рассеяния  $\gamma$ : 1 (1); 10 (2); 50 (3); 500 (4)

При переходе от слабых флуктуаций в область насыщения флуктуаций (кривая 4) вид корреляционной функции флуктуации интенсивности  $G_I$  изменяется, радиус положительной корреляции  $r_l$  становится максимальным и приблизительно равным радиусу когерентности плоской волны  $r_l$ , распространяющейся с такой же частотой. Это больше радиуса корреляции флуктуаций интенсивности  $r_l^{\text{пл}}$  плоской волны и практически совпадает с радиусом корреляции флуктуаций интенсивности  $r_l^{\text{сф}}$  сферической волны [1]. Эти результаты подтверждают гипотезу о том, что при одних и тех же значениях разноса точек наблюдения и близких значениях параметра рассеяния уровень корреляции интенсивности в узких пучках выше, чем в неограниченных волнах. В области фокусировки флуктуаций интенсивности радиус положительной корреляции  $r_l$  остается приблизительно равным двум дифракционным радиусам пучка  $2r_d$ .

#### Литература

1. Зуев В. Е., Банах В. А., Покасов В. В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 246 с.