

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

 О.Г. Прохоренко

«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД – 11588/уч.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АЛГЕБРЫ

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, типового учебного плана по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) № G 31-1-011/пр-тип от 31.03.2021 и учебных планов: №G31-1-003/уч от 25.05.2021 и №G31-1-061/уч. ин. от 31.05.2021

СОСТАВИТЕЛИ:

Беняш-Кривец Валерий Вацлавович – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации механико-математического университета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Тихонов Сергей Викторович – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического университета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Каскевич Виктор Иванович – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического университета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТ:

Васильев Денис Владимирович, заведующий отделом теории чисел и дискретной математики Института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 22.12.2022);

Научно-методическим советом
Белорусского государственного университета
(протокол № 4 от 29.12.2022)

Зав. кафедрой высшей алгебры
и защиты информации, профессор



В.В. Беняш-Кривец

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

В учебной дисциплине «Дополнительные главы алгебры» рассматриваются основы теории групп, основы теории колец и полей.

Образовательная цель: ознакомить студентов с основными понятиями и методами теории групп, теории колец и теории полей, представить ряд важнейших классов групп, колец и полей, а также изложить важнейшие классические результаты о группах, кольцах и полях. Обучить студентов фундаментальным методам общей алгебры, создать базу для освоения основных понятий и методов современной алгебры.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления; знакомство с методами математических доказательств; изучение алгоритмов решения конкретных математических задач; привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Дополнительные главы алгебры»:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами теории групп, теории колец и теории полей;
- изучить ряд важнейших классов групп, колец и полей;
- изучить важнейшие классические результаты о группах, кольцах и полях;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Алгебра и геометрия» 2 компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина тесно связана с дисциплиной «Алгебра и теория чисел».

Требования к компетенциям специалиста

Освоение учебной дисциплины «Дополнительные главы алгебры» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции:**

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы для решения теоретических и прикладных математических задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и результаты теории групп, теории колец и теории полей;
- методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Дополнительные главы алгебры»;
- алгоритмы решения задач по теории групп, теории колец и теории полей;

уметь:

- определять, является ли данное подмножество подгруппой в группе, подкольцом или идеалом в кольце, подполем в поле;
- производить вычисления в факторгруппе, факторкольце;
- строить конечные поля заданного порядка и производить вычисления в них;
- применять важнейшие теоретические результаты к решению вычислительных задач, связанных с группами, кольцами и полями.

владеть:

- основными навыками решения задач, связанных с группами, кольцами и полями;
- методами доказательств основных теорем, встречающихся в дисциплине «Дополнительные главы алгебры».
- навыками самообразования и способами использования аппарата алгебры для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре очной формы получения высшего образования.

На изучение учебной дисциплины «Дополнительные главы алгебры» отводится всего 90 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции — 34 часа, лабораторные занятия — 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в теорию групп

Основная теорема о гомоморфизмах групп, ее применение к вычислению факторгруппы. Теорема о связи подгрупп факторгруппы и промежуточных подгрупп. Вторая и третья теоремы о гомоморфизмах групп. Теорема Кэли. Внешнее и внутреннее прямое произведение групп. Разложение циклических групп в прямое произведение. Свободные абелевы группы. Теорема о согласованных базисах. Теорема о строении конечно порожденной абелевой группы. Центр группы. Коммутант и его свойства. Классы сопряженных элементов.

Тема 2. Введение в теорию колец

Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Идеалы в $K[x]$ и \mathbb{Z} . Максимальные идеалы и соответствующие им факторкольца. Максимальные идеалы в $K[x]$ и \mathbb{Z} . Примеры построения конечных полей. Внутреннее и внешнее прямое произведение колец. Строение кольца $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ и арифметические следствия. Многочлены от n переменных. Мономиальные порядки. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.

Тема 3. Введение в теорию полей

Характеристика поля. Степень расширения полей, конечные расширения. Мультипликативность степени. Алгебраические и трансцендентные элементы. Примеры трансцендентных чисел. Минимальный многочлен алгебраического элемента и его свойства. Алгебраические расширения полей. Алгебраичность конечного расширения. Простые алгебраические и трансцендентные расширения полей. Алгебраичность суммы и произведения алгебраических элементов. Теорема о существовании корня. Алгебраически замкнутые поля, алгебраическое замыкание поля. Поле частных кольца без делителей нуля, примеры. Число элементов конечного поля. Теорема о существовании и единственности поля, содержащего p^n элементов. Подполя конечного поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля, примитивные элементы конечного поля. Неприводимые многочлены над конечным полем.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств
 обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1.	Введение в теорию групп	12			10		2	Устный опрос. Контрольная работа №1
2.	Введение в теорию колец	10			8		2	Устный опрос. Контрольная работа. №2 Коллоквиум
3	Введение в теорию полей	12			12			Устный опрос. Контрольная работа №3
	Итого	34			30		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Глухов, М. М. Алгебра: учебник для вузов / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 608 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/187793>.
2. Беньш-Кривец В.В., Пунинский Г.Е. Лекции и семинары по алгебре: группы, кольца, поля. – Минск: БГУ, – 2015. – 152 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/149209>.
3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 476 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>
4. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре: учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – 17-е изд.,стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210164>.
5. Каргаполов, М. И. Основы теории групп: учебное пособие для вузов / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/238481>
6. Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии: учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 456 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/189446>

Перечень дополнительной литературы

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры / Э. Б. Винберг. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2019. – 592 с.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 1: Основы алгебры / А. И. Кострикин. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 2: Линейная алгебра / А. И. Кострикин. – Новое издание. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2022. – 367 с.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 3: Основные

- структуры алгебры / А. И. Кострикин. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
5. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: Учеб. пособие для студ. мат. и физических спец. ун-тов / А. А. Бурдун, Е. А. Мурашко, М. М. Толкачев, А. С. Феденко ; Под ред. А. С. Феденко. – 2-е изд. – Минск: Універсітэцкае, 1999. – 302 с.
 6. Дыбкова, Е.В. Задачи по алгебре. Основы теории групп / Е.В. Дыбкова, И.Б. Жуков, А.А. Семенов, Р.А. Шмидт. – С.-Петербург: Изд-во С.-Петербургского университета, 1996. – 32 с.
 7. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов / [В. А. Артамонов и др.]; под ред. А. И. Кострикина. – Москва: Физ.-мат. лит., 2001. – 464 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дополнительные главы алгебры» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Контроль работы студента проходит в форме устных опросов, коллоквиума, выполнения контрольных и самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории. Задания к самостоятельным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине выставляется в случае сдачи всех контрольных работ и коллоквиума.

Итоговая отметка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).

3. Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в теорию групп. (2ч)

Примерный перечень заданий:

1. Доказать, что порядки элементов g и hgh^{-1} группы G равны.
2. Сколько подгрупп имеет группа S_3 ? Какие из них сопряжены?
3. Пусть G – циклическая группа порядка 9. Сколько элементов порядка 6 содержит группа $G \times S_3$?
4. Доказать, что группа $(\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^*$ изоморфна группе $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})^+$.
5. Пусть $G = (\mathbb{Z}/16\mathbb{Z})^*$; $H = \{\alpha^2 \mid \alpha \in G\}$. Доказать, что H подгруппа в G и найти смежные классы G по H .
6. Является ли факторгруппа \mathbb{Q}/\mathbb{Z} конечной? Циклической?
7. Пусть K – правый смежный класс группы G по подгруппе H . Доказать, что для любых $x, y, z \in K$ имеем $xy^{-1}z \in K$.
8. Доказать, что если K – непустое подмножество группы G и для всех $x, y, z \in K$ имеем $xy^{-1}z \in K$, то K – правый смежный класс группы G по некоторой подгруппе H .
9. Пусть $A \triangleleft G$, $B \triangleleft G$ и $A \cap B = \{1\}$. Доказать, что $xy = yx$ для любых элементов $x \in A$, $y \in B$.
10. Сколько различных элементов циклической группы G порядка 40 можно взять в качестве ее образующей?
11. Найти левые и правые смежные классы S_4 по ее подгруппе $H = \{\sigma \in S_4 \mid \sigma(1) = 1\}$.
12. Доказать, что факторгруппа \mathbb{R}/\mathbb{Z} изоморфна мультипликативной группе U всех комплексных чисел с модулем 1.
13. Элементы каких порядков есть в группе $S_3 \times S_3$?
14. Найти левые и правые смежные классы группы S_4 по подгруппе $H = \langle (1234) \rangle$.
15. Найти левые смежные классы группы A_4 по подгруппе $H = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$.
16. Пусть $G = \langle a \rangle$ – циклическая группа порядка 4, $H = \langle b \rangle$ – циклическая группа порядка 6. Найти порядок элемента (a, b^2) в прямом произведении $G \times H$.
17. Выписать все элементы группы $GL_2(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ и указать их порядки.

Форма контроля – контрольная работа № 1.

Тема 2. Введение в теорию колец. (2ч)

Примерный перечень заданий:

1. Пусть $K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$. Доказать, что K – кольцо и что отображение $f : K \rightarrow \mathbb{R}, f(A) = a + b$ – гомоморфизм. Найти ядро f .
2. Является ли факторкольцо полем: $\mathbb{Z}_5[x] / (2x^3 + x^2 - 1)$?
3. Найдите идеал, порожденный многочленами $x^4 + 4x^2 - 7x + 2, x^3 + 3x^2 - 4$ в кольце $\mathbb{Q}[x]$.
4. Найти многочлен третьей степени, корнями которого являются четвертые степени комплексных корней многочлена $2x^3 - x^2 + 2$.
5. Найти образующую идеала $M = (x^4 + 4x^2 - 7x + 2, x^3 + 3x^2 - 4)$ в кольце $\mathbb{Q}[x]$.
6. Пусть $I = (x^2, 3)$ – идеал, порожденный x^2 и 3 в кольце $\mathbb{Z}[x]$. Доказать, что I – не главный идеал.
7. Является ли идеалом (подкольцом) множество $\mathbb{Z}[x]$ в кольце $\mathbb{Q}[x]$?
8. Найти идеал, порожденный множеством $M = \{x^6 - 1, x^4 - 1\}$ в кольце $\mathbb{R}[x]$.
9. В кольце \mathbb{Z} найти порождающий элемент идеала $I = (6, 9, 15) \cap (10, 25, 30)$.
10. Найти значение многочлена $x_1^4 x_2 + \dots$ от корней многочлена $3x^3 - 5x^2 + 1$.
11. Является ли кольцом множество чисел вида $a + b\sqrt[3]{5} + c\sqrt[3]{25}$, где $a, b, c \in \mathbb{Q}$.
12. Пусть K – множество всех 2×2 – матриц над \mathbb{R} , коммутирующих с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Доказать, что K – кольцо.
13. Доказать, что $\mathbb{R}[x, y] / (x - y) \cong \mathbb{R}[x]$.
14. Найти значение симметрического многочлена F от корней многочлена $f(x)$:
$$F = x_1^3 x_2 x_3 + x_1^3 x_2 x_4 + x_1^3 x_3 x_4 + x_2^3 x_1 x_3 + x_2^3 x_1 x_4 + x_2^3 x_3 x_4 + x_3^3 x_1 x_2 + x_3^3 x_1 x_4 +$$
$$+ x_3^3 x_2 x_4 + x_4^3 x_1 x_2 + x_4^3 x_1 x_3 + x_4^3 x_2 x_3,$$
$$f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x + 1.$$
15. Является ли кольцом множество рациональных чисел вида $\frac{m}{2^a 7^b 13^c}$, где a, b, c – неотрицательные целые числа, $m \in \mathbb{Z}$.

Форма контроля – контрольная работа №2.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1.

1. Обозначим через G множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 5b & a \end{pmatrix}$, где $a, b \in Q$, a и b одновременно не равны нулю. Доказать, что G является подгруппой в $GL_2(Q)$.
2. Найти разложение Лагранжа в левые смежные классы группы $S_3 \times H$, где H – циклическая группа порядка 12, по подгруппе $\{e\} \times H$.
3. Найти порядок элемента $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ в группе $GL_2(\mathbb{C})$.
4. Доказать, что отображение $f: GL_n(C) \rightarrow C^*$, $f(A) = (\det A)^3$, является гомоморфизмом. Найти ядро f .
5. В факторгруппе R^* / Q^* найти порядок элемента $\frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[7]{3}} Q^*$.

Контрольная работа № 2.

1. Образуется ли кольцо следующее множество функций относительно обычных операций сложения и умножения функций: множество функций вещественного переменного, непрерывных на отрезке $[a, b]$?
2. Найти все делители нуля в кольце \mathbb{Z}_{12} .
3. В кольце \mathbb{Z} найдите порождающий элемент идеала $((4, 6) + (9, 12)) \cap (5)$.
4. Является ли факторкольцо K/I полем, если $K = \mathbb{Z}_2[x]$, $I = (x^3 + x^2 + x + 1)$?
5. Выразить через основные симметрические многочлены $f = S(x_1^3 x_2 x_3 x_4)$ и найти значение f в случае, когда x_i – корни многочлена $g(x) = 2x^4 + 4x^3 + x^2 - x - 1$.

Контрольная работа № 3.

1. Доказать, что кольцо из четырех элементов $\{0, 1, a_1, a_2\}$ с правилами действий $a_1^2 = a_2$, $a_2^2 = a_1$, $a_1 a_2 = a_2 a_1 = 1$, $1 + 1 = 0$, $1 + a_1 = a_2$ образует поле.
2. Найти степень расширения $[\mathbb{Q}(e^{\frac{2\pi i}{5}}) : \mathbb{Q}]$. Какой вид имеют элементы этого расширения?
3. Доказать, что $\mathbb{Q}(\sqrt{p}, \sqrt{q}) = \mathbb{Q}(\sqrt{p} + \sqrt{q})$, если p, q – различные простые числа.
4. Какие из полей $\mathbb{Q}(-\frac{3}{4} + i\sqrt{3})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{3} + i)$, $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, i)$ совпадают?

5. Доказать, что поля $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ и $\mathbb{Q}(\sqrt{q})$, где p, q – различные простые числа, не изоморфны.

Примерная тематика лабораторных занятий

1. Теоремы о гомоморфизмах групп.
2. Прямое произведение групп.
3. Теорема о согласованных базисах.
4. Конечно порожденные абелевы группы.
5. Центр группы. Коммутант. Классы сопряженных элементов.
6. Идеалы в $K[x]$ и \mathbb{Z} .
7. Прямое произведение колец.
8. Симметрические многочлены.
9. Применение симметрических многочленов.
10. Степень расширения полей. Алгебраические и трансцендентные элементы.
11. Простые алгебраические и трансцендентные расширения полей.
12. Построение конечных полей.
13. Подполя конечного поля.
14. Примитивные элементы конечного поля.
15. Неприводимые многочлены над конечным полем.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Дополнительные главы алгебры» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных

и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При изучении дисциплины до сведения студентов вначале семестра доводится информация, которая включает: методы и формы контроля знаний и правила начисления баллов. Для активации работы студентов в семестре используется:

- организация непрерывного текущего контроля качества знаний студентов в течение всего срока изучения дисциплины;
- стимулирование работы студентов в течение семестра на основе использования накопительной рейтинговой системы;
- повышение значимости самостоятельной и индивидуальной работы путем разработки и выдачи студентам индивидуальных вариантов заданий, возможность получить консультацию и индивидуальную помощь при их выполнении;
- дифференцированный подход к оценке знаний студентов, стимулирование высокого рейтинга по дисциплине.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Связь подгрупп факторгруппы и промежуточных подгрупп.
2. Основная теорема о гомоморфизмах групп.
3. Вторая теорема о гомоморфизмах групп.
4. Третья теорема о гомоморфизмах групп.
5. Прямое произведение групп.
6. Критерий разложимости группы в прямое произведение своих подгрупп.
7. Свободные абелевы группы.
8. Теорема о строении конечно порожденной абелевой группы.
9. Центр и коммутант.
10. Критерий абелевости факторгруппы.
11. Основная теорема о гомоморфизмах для колец.
12. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Идеалы в $K[x]$ и \mathbb{Z} .
13. Максимальные идеалы и соответствующие им факторкольца.
14. Внутреннее и внешнее прямое произведение колец.
15. Строение кольца $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ и арифметические следствия.

16. Характеристика поля.
17. Простые поля.
18. Степень расширения, конечные расширения.
19. Мультипликативность степени расширения полей.
20. Алгебраические и трансцендентные элементы. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
21. Алгебраические расширения, алгебраичность конечного расширения.
22. Простые расширения полей.
23. Алгебраически замкнутые поля, алгебраическое замыкание.
24. Теорема о существовании и единственности поля, содержащего p^n элементов.
25. Мультипликативная группа конечного поля.
26. Неприводимые многочлены над конечным полем.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Эллиптические кривые	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 22.12.2022)
Коды, исправляющие ошибки	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 22.12.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей алгебры и защиты информации (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)