

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД – 11553/уч.



Теория упругости

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2021, утвержденного 25.04.2022 г. № 98, типового учебного плана № G31-1-025/пр-тип. от 30.06.2021 г., учебных планов № G31-1-029/уч., № G31-1-029/уч. СИБД от 30.06.2021 г., № G31-1-209/уч., № G31-1-209/уч. СИБД от 22.03.2022 г

СОСТАВИТЕЛИ:

Михасев Геннадий Иванович - заведующий кафедрой био- и наномеханики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Ботогова Марина Георгиевна- доцент кафедры био- и наномеханики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Василевич Юрий Владимирович- заведующий кафедрой теоретической механики и механики материалов Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук

Волков Василий Михайлович – заведующий кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой био- и наномеханики
(протокол № 5 от 28.12.2022)

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 4 от 29.12.2022)

Зав.кафедрой



Михасев Г.И.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины - изучение моделей, методов и способов решения задач всех разделов теории упругости.

Задачи учебной дисциплины:

1. Развитие профессиональных знаний и опыта в области механики сплошной среды.
2. Формирование способности в самостоятельной практической деятельности; приобретения навыков создания математических моделей для решения задач механики. Умения находить и обосновывать оптимальные пути и методы решений поставленных задач.
3. Знакомство студентов с современными методиками решения задач теории упругости.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Механика сплошных сред» государственного компонента.

Решение многих актуальных технических задач требует построения новых моделей для глубокого и более детального описания механических и физических объектов, взаимодействий и явлений. Изучение студентами теории упругости особенно полезно не только с точки зрения уже известных приложений, сколько в обозрении перспективных проблем, которые станут предметом исследований и применений в будущем. В связи с этим возникает необходимость преподавания курса теории упругости как общей основы для развития термодинамики, гидродинамики, пластичности, и ползучести и других разделов физики и механики. Общность и неразрывная связь перечисленных частей физики и механики предполагает рассмотрение их как единого целого в рамках данной дисциплины.

Связи с другими учебными дисциплинами:

Программа дисциплины «Теория упругости» составлена с учетом межпредметных связей программ по смежным дисциплинам. Ее изучение базируется на знаниях дисциплины «Теоретическая механика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория упругости» по специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций** (далее – БПК):

БПК-1. Применять основные законы и методы естественнонаучных дисциплин для решения теоретических и практических задач в профессиональной деятельности;

БПК-8. Использовать основные аналитические и численные методы теоретической механики, механики сплошных сред, сопротивления материалов к исследованию механических процессов.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- главные исторические этапы развития механики деформируемого твердого тела;
- законы сохранения в механике;
- методы и способы решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных,
- основы тензорного исчисления;
- основополагающие понятия, определения и теоремы теории упругости;
- основные модели в теории упругости;
- основы термодинамики;
- модели изотропных и анизотропных деформируемых твердых сред;
- модели линейного и нелинейного упругого тела, идеально-пластического тела;
- решения простейших задач теории упругости.

уметь:

- выбирать модель и осуществлять постановку начально- краевых задач теории упругости,
- осуществлять математическое решение задач теории упругости;
- совершенствовать модели теории упругости;
- разрабатывать аналитические, приближенные и численные методы задач механики деформируемого твердого тела;
- проводить анализ результатов.

владеть:

- навыками постановки краевых и начально-краевых задач теории упругости;
- основными аналитическими и численными методами решения задач в теории упругости;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 и 5 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория упругости» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 290 часов, в том числе 156 аудиторных часов, из них:

4 семестр – всего – 200 часов, в том числе – 102 аудиторных часа, из них: лекции – 50 часов, практические занятия– 46 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет и экзамен.

5 семестр – всего – 90 часа, в том числе - 54 аудиторных часа, из них: лекции – 18 часов, практические занятия - 32 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных сред. Анализ напряженного состояния

Тема 1.1. Предмет теории упругости. Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности, понятие о частице среды, ее плотности, скорости. Массовые силы. Поверхностные силы. Принцип напряжения Коши. Вектор напряжения.

Тема 1.2. Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений. Связь между тензором напряжений и вектором напряжения. Равновесие сил и моментов. Симметрия тензора напряжений. Законы преобразования напряжений.

Тема 1.3. Главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Максимальное и минимальное касательное напряжение. Девиатор и шаровой тензор напряжений.

Раздел 2. Деформации

Тема 2.1. Радиус-вектор. Вектор перемещения. Эйлерово и лагранжево описание движения. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и обратно. Градиенты деформации. Градиенты перемещения.

Тема 2.2. Тензоры деформаций. Тензоры конечных деформаций. Теория малых деформаций. Тензоры бесконечно малых деформаций. Относительное перемещение. Тензор линейного поворота. Вектор поворота. Геометрический смысл тензоров линейных деформаций. Коэффициент длины. Интерпретация конечных деформаций.

Тема 2.3. Свойства преобразовании тензоров деформаций. Главные деформации. Инварианты деформации. Кубическое расширение. Шаровой тензор и девиатор деформаций. Уравнения совместности для линейных деформаций.

Раздел 3. Линейная теория упругости. Плоские задачи теории упругости

Тема 3.1. Обобщенный закон Гука. Функция энергии деформации. Изотропные и анизотропные среды. Симметрия упругих свойств. Изотропные среды. Упругие постоянные. Закон Гука для изотропной среды.

Тема 3.2. Постановка статических и динамических задач теории упругости. Уравнения совместности Бельтрами - Мичелла. Уравнения Ламе. Теорема о суперпозиции. Единственность решений. Принцип Сен-Венана. Некоторые свойства перемещений, деформаций и напряжений.

Тема 3.3. Плоские задачи теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Функция напряжений Эри. Решение плоской задачи в полиномах. Решение плоской задачи в тригонометрических

рядах. Плоская задача в полярных координатах. Основные уравнения. Симметричное распределение напряжений. Растяжение пластины с отверстием (задача Кирша). Задача Фламана.

Тема 3.4. Упругие волны в изотропной среде. Система уравнений линейной теории упругости в случае адиабатических процессов. Продольные и поперечные плоские волны. Волны Релея.

Раздел 4. Линейная вязкоупругость

Тема 4.1. Вязкоупругое поведение материала. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Обобщенные модели. Линейное дифференциальное операторное уравнение. Ползучесть и релаксация. Функция ползучести. Функция релаксации. Интегралы наследственности.

Раздел 5. Элементы теории оболочек и пластин

Тема 5.1. Основные положения. Вывод дифференциального уравнения упругой поверхности пластинки. План решения задачи изгиба. Условия на опорном контуре. Эллиптическая пластинка, защемленная по контуру. Расчет прямоугольной пластики. Усилия и моменты. Общий случай нагрузки прямоугольной шарнирно опертой пластины. Расчет круглой пластинки. Элементы теории оболочек. Основные определения и гипотезы. Физическая сторона задачи. Геометрическая сторона задачи. Деформации. Статическая сторона задачи. Постановка задачи расчета цилиндрической оболочки. Расчет цилиндрических резервуаров. Задача расчета цилиндрической трубы при действии внутреннего давления. Расчет вертикально стоящего открытого цилиндрического бака, заполненного жидкостью.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств
 обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4 семестр							
1	Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных сред. Анализ напряженного состояния	16	14				2	
1.1	Предмет теории упругости Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности, понятие о частице среды, ее плотности, скорости. Массовые силы. Поверхностные силы. Принцип напряжения Коши. Вектор напряжения.	4	4					Опрос
1.2	Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений. Связь между тензором напряжений и вектором напряжения. Равновесие сил и моментов. Симметрия тензора напряжений. Законы преобразования напряжений.	6	4					Проверка индивидуальных заданий
1.3	Главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Максимальное и минимальное касательное напряжение. Девиатор и шаровой тензор напряжений.	6	6				2	Контрольная работа №1 по разделу 1.
2	Деформации	18	18				2	

2.1	Радиус-вектор. Вектор перемещения. Эйлерово и лагранжево описание движения. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и обратно. Градиенты деформации. Градиенты перемещения.	6	6					Опрос
2.2	Тензоры деформаций. Тензоры конечных деформаций. Теория малых деформаций. Тензоры бесконечно малых деформаций. Относительное перемещение. Тензор линейного поворота. Вектор поворота. Геометрический смысл тензоров линейных деформаций. Коэффициент длины. Интерпретация конечных деформаций.	6	6					Опрос
2.3	Свойства преобразования тензоров деформаций. Главные деформации. Инварианты деформации. Кубическое расширение. Шаровой тензор и девиатор деформаций. Уравнения совместности для линейных деформаций.	6	6				2	Контрольная работа №2 по разделу 2.
3.	Линейная теория упругости. Плоские задачи теории упругости	24	34				4	
3.1	Обобщенный закон Гука. Функция энергии деформации. Изотропные и анизотропные среды. Симметрия упругих свойств. Изотропные среды. Упругие постоянные. Закон Гука для изотропной среды.	8	6					Опрос
3.2	Постановка статических и динамических задач теории упругости. Уравнения совместности Бельтрами - Мичелла. Уравнения Ламе. Теорема о суперпозиции. Единственность решений. Принцип Сен-Венана. Некоторые свойства перемещений, деформаций и напряжений	8	8				2	Контрольная работа №3 по темам 3.1 -3.2.
	5 семестр							
3.3	Плоские задачи теории упругости.	4	16				2	Контрол

	Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Функция напряжений Эри. Решение плоской задачи в полиномах. Решение плоской задачи в тригонометрических рядах. Плоская задача в полярных координатах. Основные уравнения. Симметричное распределение напряжений. Растяжение пластины с отверстием (задача Кирша). Задача Фламана.							ьная работа №4 по темам 3.3-3.4.
3.4	Упругие волны в изотропной среде. Волны расширения и волны искажения. Продольные и поперечные плоские волны. Волны Релея.	4	4					Опрос
4	Линейная вязкоупругость	4	6				2	
4.1	Вязкоупругое поведение материала. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Обобщенные модели. Линейное дифференциальное операторное уравнение. Ползучесть и релаксация. Функция ползучести. Функция релаксации. Интегралы наследственности.	4	6				2	Контрольная работа №5 по разделу 4.
5	Элементы теории оболочек и пластин	6	6					
5.1	Основные положения. Вывод дифференциального уравнения упругой поверхности пластинки. План решения задачи изгиба. Условия на опорном контуре. Эллиптическая пластинка, защемленная по контуру. Расчет прямоугольной пластики. Усилия и моменты. Общий случай нагрузки прямоугольной шарнирно опертой пластины. Расчет круглой пластинки. Элементы теории оболочек. Основные определения и гипотезы. Физическая сторона задачи. Геометрическая сторона	6	6					Проверка индивидуальных заданий

	<p>задачи. Деформации. Статическая сторона задачи. Постановка задачи расчета цилиндрической оболочки. Расчет цилиндрических резервуаров. Задача расчета цилиндрической трубы при действии внутреннего давления. Расчет вертикально стоящего открытого цилиндрического бака, заполненного жидкостью</p>							
Всего		68	78			10		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Андреев, В. К. Математические модели механики сплошных сред : учебное пособие / В. К. Андреев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212141>.
2. Журавков, М. А. Математические модели механики твердых тел : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям "Механика и математическое моделирование", "Физика (по направлениям)", "Промышленное и гражданское строительство", "Автомобильные дороги" / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов ; БГУ. - Минск : БГУ, 2021. - 535 с.
3. Журавков, М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности : учеб. пособие для студ. вузов по спец. "Механика" / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов ; [БГУ]. - Минск : БГУ, 2011. - 543 с.
4. Молотников, В. Я. Теория упругости и пластичности : учебное пособие / В. Я. Молотников, А. А. Молотникова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 532 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/209966>.

Перечень дополнительной литературы

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 398 с.
2. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975, 872 с.
3. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 367 с.
4. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. – М.: Изд-во МГУ, 1969, 696 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. – М.:Наука,1987, 248 с.
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.:Изд. МГУ, 1990, 310 с.
7. М.Э. Эглит. Лекции по основам механики сплошных сред. – М.:URSS, Ленанд, 2020, 208 с.
8. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1,2. – М.: Наука, 1994.
9. Морозов Н.Ф. Лекции по избранным вопросам механики сплошных сред. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975.
10. Атанацкович Т., Гуран А. Лекции по теории упругости. – СПбГУ, 2003.
11. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1980, 940 с.
12. Васидзу Кюитри. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987, 542 с.
13. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. – М.: Физматлит, 2001. – 704 с. год
14. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1968, 418 с.
15. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.:Судпрогиз,1962, 432 год
16. Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М.Э.Эглит. – М.:2017, 640 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать: опрос, контрольную работу, проверку индивидуальных заданий.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория упругости» учебным планом предусмотрен экзамен и зачет в 4 семестре, зачет в 5 семестре.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- выполнение индивидуальных заданий – 25 %;
- выполнение контрольной работы – 50%;
- опрос – 25%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки, отметки на зачете с учетом их весовых коэффициентов Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной отметки, отметки на зачете – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Раздел № 1. Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных сред. Анализ напряженного состояния. (2 ч)

Примеры задач

1. Напряженное состояние в точке задано тензором напряжений

$$\sigma = \begin{pmatrix} 100 & 20\sqrt{3} & 0 \\ 20\sqrt{3} & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}. \text{ Компоненты напряжений заданы в [Н/мм}^2\text{]}. \text{ Определить}$$

главные значения и главные направления.

2. Найти вектор напряжений и его нормальную и касательную составляющие в случае, когда напряженное состояние в точке определяется тензором σ , а плоскость задана уравнением:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, x_1 - 2x_2 + x_3 - 2 = 0.$$

3. В точке имеется следующий тензор напряжений $\sigma = \begin{pmatrix} 500 & 300 & -800 \\ 300 & 0 & -300 \\ -800 & -300 & 1100 \end{pmatrix}$.

Определить значения полного, нормального и касательного напряжений на площадке с внешней нормалью, направляющие косинусы которой относительно координатных осей равны между собой.

Форма контроля – контрольная работа №1.

Раздел № 2. Деформации. (2 ч)

Примеры задач

1. Дано поле перемещений $x_1 = X_1 + 2X_3$, $x_2 = X_2 - 2X_3$, $x_3 = X_3 - 2X_1 + 2X_2$.
Найти Лагранжев и Эйлеров тензоры конечных деформаций. Найти диагональную форму обоих тензоров.
2. Для перемещения простого сдвига $x_1 = X_1$, $x_2 = X_2$, $x_3 = X_3 + 2X_2/\sqrt{3}$ найти уравнение эллипса, в который переходит при деформации круг $X_2^2 + X_3^2 = 1$.
3. Для поля перемещений $x_1 = X_1 - AX_3$, $x_2 = X_2$, $x_3 = X_3 - AX_1$ вычислить изменение объема и показать, что оно равно нулю, если константа A очень мала.

Форма контроля – контрольная работа №2.

Раздел 3. Линейная теория упругости. Плоские задачи теории упругости

Тема № 3.1. Закон Гука. **Тема 3.2.** Постановка статических и динамических задач теории упругости. (2 ч)

Примеры задач

1. Доказать, что упругие свойства (закон Гука) среды, имеющей ось упругой симметрии порядка $N = 2$, и среды с одной плоскостью упругой симметрии совпадают. (В некоторой точке существует ось симметрии упругих свойств порядка N , если существует набор направлений эквивалентных упругих свойств, которые могут быть совмещены поворотом около оси на угол $2\pi/N$).

2. Доказать, что функцией напряжений Эри может служить функция

$$\varphi = \frac{3F}{4c} \left(x_1 x_2 - \frac{x_1 x_2^3}{3c^2} \right) + \frac{P}{4c} x_2^2.$$

Найти компоненты напряжения в области $x_1 > 0$, $-c < x_2 < c$.

3. Доказать, что для однородной изотропной упругой среды главные оси тензоров напряжений и деформаций совпадают.
4. Доказать, что в случае равновесия и отсутствия объемных сил, компоненты вектора перемещения – бигармонические функции.

Форма контроля – контрольная работа №3.

Тема 3.3. Плоские задачи теории упругости. **Тема 3.4.** Упругие волны в изотропной среде. (2 ч)

Примеры вопросов

1. Проверить возможность существования заданной функции напряжений.
2. Найти компоненты тензора напряжений, зная функцию напряжений.
3. Выяснить характер распределенных по кромкам пластины внешних сил, при действии которых имеет место найденная система напряжений.
4. Стержень длиной l , конец которого $x=0$ закреплен находится в состоянии покоя. В момент времени $t=0$ к свободному концу приложена сила Q (на единицу площади), направленная вдоль стержня. Найти смещение $u(x,t)$ стержня в любой момент времени t .

Форма контроля – контрольная работа №4.

Раздел 4. Линейная вязкоупругость. (2 ч)

Примеры задач

1. Найти деформацию ползучести для стандартного линейного твердого тела.
2. Найти функцию релаксации для трехпараметрической модели, изображенной на

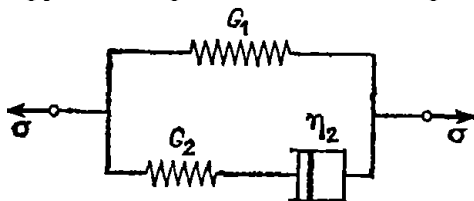


Рис. 9.18.

рисунке.

3. Проверить правильность соотношений между напряжениями и деформациями для моделей Максвелла и Кельвина соответственно.

Форма контроля – контрольная работа №5.

Примерный перечень типовых заданий

Тема 3.3. Плоские задачи теории упругости в напряжениях.

Рассматриваемое тело имеет форму стержня с прямоугольным сечением, высота которого существенно больше его ширины, так что тело можно считать не только стержнем, но и пластиной. При этом нагрузки приложены таким образом, что пластина испытывает плоское напряженное состояние. В каждом варианте задано общее решение плоской задачи в виде функции напряжений. Требуется определить напряженное состояние тела.

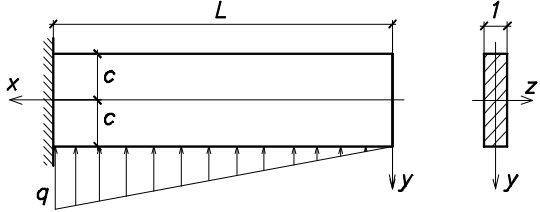
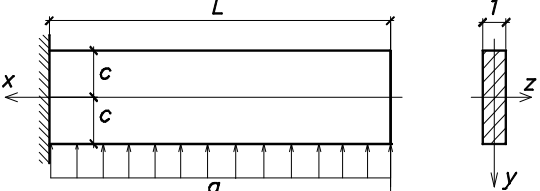
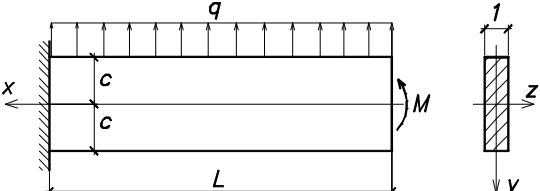
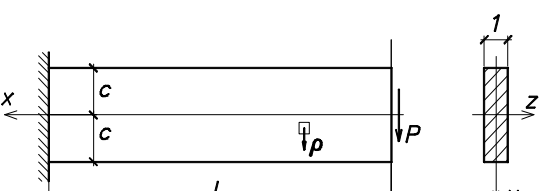
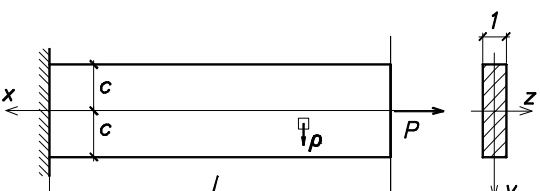
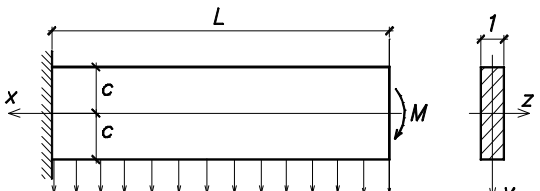
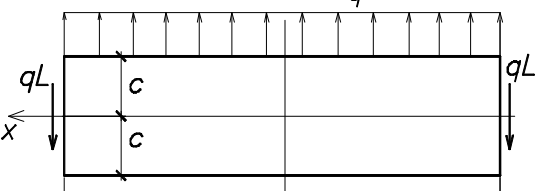
Исходные данные к задаче представлены в таблице. Номером варианта являются последние две цифры шифра. Для решения задачи необходимо выполнить следующее.

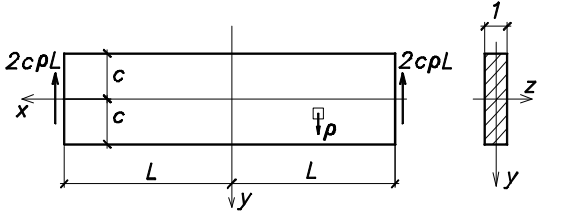
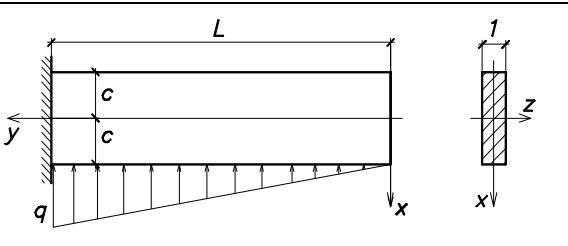
1. Убедиться, что предложенная функция напряжений является бигармонической.

2. Найти выражения для напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} .
3. В выражениях для напряжений найти значения неопределенных констант, используя граничные условия на контуре пластины. При этом на торцах стержня граничные условия можно записывать в интегральной форме, т.е. в усилиях, если в напряжениях их выполнить невозможно.
4. Сравнить полученное решение плоской задачи теории упругости с решением той же задачи с помощью элементарной теории сопротивления стержня.
5. Для количественной оценки расхождения теории сопротивления стержня и теории упругости построить эпюры нормальных напряжений в сечении на расстоянии $2c$ от правого торца, считая, что $L = 10c$.

Таблица

Буквы ВА	Вид нагружения балки	Функция напряжений
00		$\varphi = b_2 xy + \frac{a_3}{6} x^3 + \frac{b_4}{6} x^3 y + \frac{d_6}{6} x^3 y^3 - \frac{d_6}{10} xy^5 + \frac{d_4}{6} xy^3$
01		$\varphi = \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{a_3}{2} x^2 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
02		$\varphi = \frac{a_2}{2} x^2 + \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5) + b_2 xy + \frac{d_4}{6} xy^3$
03		$\varphi = b_2 xy + \frac{d_4}{6} xy^3$

04 - 05		$\varphi = b_2 xy + \frac{a_3}{6} x^3 + \frac{b_4}{6} x^3 y + \frac{d_6}{6} x^3 y^3 - \frac{d_6}{10} xy^5 + \frac{d_4}{6} xy^3$
06 - 07		$\varphi = \frac{a_2}{2} x^2 + \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
08 - 09		$\varphi = \frac{a_2}{2} x^2 + \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5) - \frac{b_3}{6} y^3$
10 - 11		$\varphi = \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + b_2 xy + \frac{d_4}{6} xy^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
12 - 13		$\varphi = \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{c_2}{2} y^2 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
14 - 15		$\varphi = \frac{a_2}{2} x^2 + \frac{b_3}{2} x^2 y - \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
16 - 17		$\varphi = \frac{d_2}{2} x^2 + \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$

18 - 19		$\varphi = \frac{b_3}{2} x^2 y + \frac{d_3}{6} y^3 + \frac{d_5}{6} (x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5)$
20 - 21		$\varphi = b_2 xy + \frac{a_3}{6} y^3 + \frac{d_6}{6} x^3 y^3 - \frac{d_6}{10} x^5 y + \frac{d_4}{6} yx^3$

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники.
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, типовые задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Вектор напряжений. Теорема Коши.
2. Тензор напряжений.
3. Уравнения равновесия среды в напряжениях.
4. Основная лемма анализа напряжений.
5. Преобразование тензора напряжений.
6. Главные направления тензора напряжений, главные напряжения.
7. Инварианты тензора напряжений.
8. Сферическая и девиаторная составляющие тензора напряжений.
9. Плоское напряженное состояние.
10. Линейное напряженное состояние.
11. Подходы Эйлера и Лагранжа.
12. Тензоры деформаций Грина, Альманси.
13. Тензор дисторсии, вектор поворота.
14. Геометрическое истолкование компонент тензора деформаций.
15. Главные направления тензора деформаций.
16. Условия совместности деформаций.
17. Плоская деформация.
18. Обобщенный закон Гука. Упругие постоянные.
19. Закон Гука для изотропного тела. Параметры Ляме.
20. Анизотропные и ортотропные материалы.
21. Модуль упругости, коэффициент Пуассона и их связь с постоянными Ляме.
22. Уравнения движения упругой среды Ляме.
23. Свойства НДС неподвижной упругой среды в случае отсутствия или постоянства объемных сил.
24. Условия совместности деформаций Бельтрами-Митчелла.
25. Классификация краевых задач теории упругости.
26. Представление вектора перемещений через функцию Папковича-Нейбера.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Плоские задачи теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация.
2. Функция напряжений Эри. Решение плоской задачи в полиномах.
3. Плоская задача в полярных координатах. Основные уравнения.
4. Симметричное распределение напряжений.
5. Растяжение пластины с отверстием (задача Кирша).
6. Кручение. Основные положения.
7. Функция кручения Прандтля.
8. Выражение напряжений через функцию кручения.
9. Деформация поперечных сечений.
10. Определение закручивающего момента при кручении.

11. Вязкоупругое поведение материала. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения.
12. Обобщенные модели.
13. Ползучесть и релаксация. Функция ползучести. Функция релаксации.
14. Упругие волны в изотропной среде. Волны расширения и волны искажения.
15. Продольные и поперечные плоские волны.
16. Волны Релея.
17. Элементы теории оболочек и пластин. Основные положения.
18. Вывод дифференциального уравнения упругой поверхности пластинки.
19. Расчет прямоугольной пластики. Усилия и моменты. Общий случай нагрузки прямоугольной шарнирно опертой пластины.
20. Расчет круглой пластинки.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Аналитическая механика	Теоретическая и прикладная механика	Нет	Вносить изменения в содержание программы не требуется (протокол № 5 от 28.12.2022)

