

Белорусский государственный университет

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

 О.Т. Прохоренко

«20» декабря 2022 г.

Регистрационный № УД – 11536/уч.

Функциональный анализ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 09-2021, типового учебного плана № G 31-1-021/пр-тип. от 21.04.2021 и учебных планов: № G 31-1-019/уч. 25.05.2021, № G 31-1-004/уч.ин. 31.05.2021, №G31-1-222/уч. 22.03.2022 г., №G31-1-226/уч. ин. от 27.05.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

Антоневич А.Б., профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Лебедев А.В., профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Пономарева С.В., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Ромашенко Г.С., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Чесалин В.И., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Штин С.Л., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Гороховик В.В. – главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа ИМ НАН Беларуси, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор,

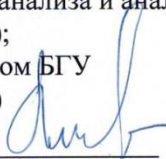
Кротов В.Г. – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 5 от 25.11.2022);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 3 от 15.12.2022)

Заведующий кафедрой _____



Лебедев А.В.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины «Функциональный анализ».

Цель учебной дисциплины – освоение студентами языка современной математики, владение общими конструкциями и умение их применять в теоретических и прикладных задачах.

Задачи учебной дисциплины:

1. Формирование у студентов понятия меры и интеграла Лебега.
2. Изучение сходящихся последовательностей и последовательностей Коши в метрических пространствах.
3. Изучение непрерывных, равномерно непрерывных отображений и отображений, удовлетворяющих условию Липшица, в функциональных пространствах.
4. Изучение основных свойств нормированных и гильбертовых пространств.
5. Изучение линейных ограниченных, в частности, интегральных, операторов.
6. Изучение альтернативы Фредгольма для интегральных уравнений в пространствах $L_2[a, b]$ и $C[a, b]$.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Основы анализа» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина наиболее тесно связана со следующими дисциплинами: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи», «Численные методы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Функциональный анализ» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции:**

БПК-2 Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и результаты теории меры и интеграла Лебега;
- основные понятия и результаты теории нормированных пространств и операторов в них;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач функционального анализа;

уметь:

– выявлять конструкции функционального анализа в конкретных задачах;

– устанавливать свойства отображений в функциональных пространствах;

– применять результаты функционального анализа для решения теоретических и прикладных задач;

владеть:

– основными методами вычисления интегралов Лебега;

– методами доказательств и аналитического исследования отображений на непрерывность, равномерную непрерывность, выполнение условия Липшица;

– методами исследования разрешимости и нахождения решения операторных уравнений;

– навыками самообразования и способами использования аппарата функционального анализа для проведения теоретических и прикладных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 и в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 210 часов, в том числе 122 аудиторных часа, из них: лекции – 60 часов, практические занятия – 54 часа, управляемая самостоятельная работа – 8 часов;

4 семестр; всего – 120 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины в 4 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

5 семестр; всего – 90 часов, в том числе 54 аудиторных часа, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 24 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины в 5 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Теория меры и интеграл Лебега

Тема 1.1. Мера Лебега. Системы множеств. Кольца множеств, полукольца, алгебры, сигма-кольца и сигма-алгебры, борелевские множества. Общее понятие меры. Сигма-аддитивная мера. Продолжение меры по Лебегу. Внешняя мера, измеримые множества, множества меры нуль, основная теорема теории меры. Мера Лебега на прямой. Мера Лебега-Стилтьеса.

Тема 1.2. Интеграл Лебега. Измеримые функции, простые функции, интеграл от простой функции, интеграл от измеримой функции, простейшие свойства интеграла Лебега, предельный переход под знаком интеграла Лебега. Произведение мер, теорема Фубини.

Раздел 2. Метрические пространства

Тема 2.1. Метрические пространства. Определение и основные примеры функциональных метрических пространств.

Топология метрических пространств. Полные метрические пространства. Пополнение метрических пространств.

Тема 2.2. Принцип сжимающих отображений. Принцип сжимающих отображений. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям.

Раздел 3. Нормированные и гильбертовы пространства

Тема 3.1. Нормированные пространства. Векторные пространства, нормированные пространства. Банаховы пространства. Пополнение нормированных пространств. Нормированные пространства интегрируемых функций.

Тема 3.2. Гильбертовы пространства. Определение скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Гильбертовы пространства. Теорема о проекции. Теорема о рядах Фурье.

Раздел 4. Линейные операторы

Тема 4.1. Линейные операторы в нормированных пространствах. Связь ограниченности с непрерывностью для линейных операторов. Норма оператора. Пространство линейных ограниченных операторов. Различные виды сходимости линейных ограниченных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы. Теорема Банаха об обратном операторе. Обратимость оператора, близкого к единичному. Открытость множества

обратимых операторов. Теорема Банаха об обратном операторе. Спектр оператора.

Тема 4.2. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала. Общий вид линейных непрерывных функционалов в конкретных пространствах. Сопряженное пространство. Сопряженный оператор и его свойства.

Тема 4.3. Компактные операторы. Альтернатива Фредгольма. Определения и свойства. Компактность интегральных операторов в конкретных пространствах. Альтернатива Фредгольма для интегральных операторов

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4 семестр							
1	Теория меры и интеграл Лебега							
1.1	Мера Лебега	8	8					Отчет по практической работе. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа
1.2	Интеграл Лебега	8	8				2	Отчет по практической работе. Контрольная работа
2	Метрические пространства							
2.1	Метрические пространства. Определение и основные примеры функциональных метрических пространств.	4	4					Отчет по практической работе. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой
2.2	Принцип сжимающих отображений.	2	2					Отчет по практической работе. Контрольная работа
3	Нормированные и гильбертовы пространства							
3.1	Нормированные пространства	6	4					Отчет по практической работе. Отчеты по домашним практическим

							упражнениям с их устной защитой
3.2	Гильбертовы пространства.	6	4			2	Отчет по практической работе. Контрольная работа.
	Всего за семестр	34	30			4	зачет
	5 семестр						
4	Линейные операторы						
4.1	Линейные операторы в нормированных пространствах	10	10			2	Отчет по практической работе. Контрольная работа.
4.2	Линейные непрерывные функционалы	10	8				Отчет по практической работе. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа
4.3	Компактные операторы. Альтернатива Фредгольма	6	6			2	Отчет по практической работе. Контрольная работа.
	Всего за семестр	26	24			4	экзамен
	Всего	60	54			8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Антоневи́ч, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по мат. спец. / А. Б. Антоневи́ч, М. Х. Мазель, Я. В. Радыно. - Минск : БГУ, 2011. – 319 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/14907>.
2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - Изд. 7-е. - Москва : Физматлит, 2012. - 570 с.
3. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 272 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/210290>.
4. Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов / И. П. Натансон. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 560 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/189430>.
5. Филимо́ненко́ва, Н. В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимо́ненко́ва. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 176 с.— Текст : электронный // Лань : электронно-библио-течная система — URL: — <https://e.lanbook.com/book/212048>.
6. Филимо́ненко́ва, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимо́ненко́ва. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/212057>.
7. Радыно, Я. В. Задачи и упражнения по курсу "Функциональный анализ" : учеб.-метод. пособие для студ. мех.-мат. фак. / Я. В. Радыно, В. И. Чесалин, А. Г. Яблонская ; БГУ, Мех.-мат. фак., Каф. функционального анализа. - Минск : БГУ, 2013. - 40 с. — <http://elib.bsu.by/handle/123456789/57562>.

Перечень дополнительной литературы

1. Антоневи́ч, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учебник для студ. мат. спец. вузов / А. Б. Антоневи́ч, Я. В. Радыно. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Минск : БГУ, 2006. - 431 с. — <http://elib.bsu.by/handle/123456789/28955>.
2. Бородин, П. А. Задачи по функциональному анализу : учебное пособие / П. А. Бородин, А. М. Савчук, И. А. Шейпак. — Москва : МЦНМО, 2017. — 336 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/92693>.

3. Березанский, Ю. М. Функциональный анализ : курс лекций : учеб. пособие для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - Киев : Вища школа, 1990. - 600 с.
4. Канторович, Л. В. Функциональный анализ / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов ; [науч. ред. А. В. Бухвалов]. - Изд. 4-е, испр. - Санкт-Петербург : Невский диалект : БХВ-Петербург, 2004. - 814 с.
5. Кириллов, А. А. Теоремы и задачи функционального анализа : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, Главная редакция физико-математической лит., 1988.
6. Антоневиц, А. Б. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб. пособие для студ. мат. спец. вузов. — Минск : Вышэйшая школа, 1978.
7. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / Треногин В. А. - 3-е изд. , испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с.
8. Рид, М. Методы современной математической физики : пер. с англ. Т. 1 : Функциональный анализ. - Москва : Мир, 1977.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Функциональный анализ» учебным планом предусмотрен в 4 семестре **зачет**, в 5 семестре **экзамен**.

Контроль работы студента проходит в форме отчета по практическим работам с их устной защитой, контрольных и самостоятельных работ в аудитории, а также отчета по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет и экзамен по дисциплине проходят в устной или письменной форме.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- отчет по практической работе– 50 %;
- контрольная работа – 50 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых

коэффициентов Вес отметки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.2. Интеграл Лебега. Студент применяет понятия измеримой и простой функции, основные свойства интеграла Лебега для решения задач о поиске интеграла Лебега от измеримой функции.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.2. Гильбертовы пространства.

Студент изучает основные понятия, связанные с гильбертовыми пространствами, в частности, определения нормы в предгильбертовом пространстве, теорему о проекции, процесс ортогонализации, понятие ряда Фурье; находит проекцию элемента на замкнутое подпространство гильбертова пространства, а также разложение функций в ряды Фурье.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.1. Линейные операторы в нормированных пространствах.

Студент находит область определения оператора, исследует на линейность и ограниченность операторы в нормированных пространствах, находит норму линейного ограниченного оператора. Исследует спектр операторов.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.3. Компактные операторы. Альтернатива Фредгольма.

Студент изучает свойства компактных операторов. Проверяет компактность заданных отображений. Исследует разрешимость и находит решения уравнений с компактными операторами.

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика практических занятий

Практическая работа № 1. Системы подмножеств.

Практическая работа № 2. Кольца множеств, полукольца, алгебры, борелевские множества.

Практическая работа № 3. Общее понятие меры. Сигма-аддитивная мера

Практическая работа № 4. Продолжение меры по Лебегу, внешняя мера и множество меры нуль.

Практическая работа № 5. Измеримые множества, основная теорема теории меры.

Практическая работа № 6. Мера Лебега в \mathbb{R} .

Практическая работа № 7. Мера Лебега-Стилтьеса.

Практическая работа № 8. Измеримые функции, простые функции. Интеграл от простой функции.

Практическая работа № 9. Интеграл Лебега от измеримой функции и его простейшие свойства.

Практическая работа № 10. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

Практическая работа № 11. Произведение мер.

Практическая работа № 12. Теорема Фубини.

Практическая работа № 13. Пространство Лебега интегрируемых функций.

Практическая работа № 14. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах.

Практическая работа № 15. Непрерывные отображения.

Практическая работа № 17. Нормированные векторные пространства.

Практическая работа № 18. Гильбертовы пространства.

Практическая работа № 19. Линейные непрерывные операторы в банаховых пространствах.

Практическая работа № 20. Обратные операторы.

Практическая работа № 21. Линейные непрерывные функционалы.

Практическая работа № 22. Сопряженные операторы

Практическая работа № 24. Альтернатива Фредгольма.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *эвристический подход, практико-ориентированный подход, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения*, которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлекссию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Использование указанных методов обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией

в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления, и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к зачету

4 семестр

1. Множества, операции над множествами, система всех подмножеств $P(X)$.
2. Системы подмножеств: кольца, полукольца, алгебры, σ -алгебры. Борелевская алгебра.
3. Необходимость пересмотра понятия интеграла.
4. Общее понятие меры. Свойства: монотонность, σ -аддитивность, непрерывность, субаддитивность, полнота меры.
5. σ -аддитивность длины, как меры на системе полуинтервалов.
6. Конструкция продолжения меры по Лебегу: внешняя мера, измеримые множества, субаддитивность, критерий измеримости.
7. Основная теорема о продолжении меры по Лебегу.
8. σ -конечные меры и их продолжение по Лебегу.
9. Мера Лебега на отрезке и на прямой: конструкция, множества меры нуль, множество Кантора, неизмеримые множества, сравнение измеримых множеств с борелевскими.
10. Меры Лебега-Стилтьеса: конструкция, мера одноточечного множества, множества меры нуль.
11. Абсолютная непрерывность меры относительно другой меры.
12. Абсолютно непрерывные функции и порожденные ими меры Лебега-Стилтьеса. Функция Кантора.

13. Простые функции. Измеримые функции. Приближение измеримых функций простыми.
14. Различные типы сходимости последовательностей функций. Теорема о пределе последовательности измеримых функций. Замкнутость множества измеримых функций относительно алгебраических операций.
15. Интеграл Лебега от простой функции. Интегрируемые по Лебегу функции, интегральные суммы Лебега, сравнение с интегральными суммами Римана.
16. Элементарные свойства интеграла Лебега, неравенство Чебышева.
17. Вопрос о возможности предельного перехода под знаком интеграла.
18. Теорема Лебега о мажорированной сходимости.
19. Теорема Б.Леви.
20. Теорема Фату.
21. Произведение мер. Теорема Фубини.
22. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана. Критерий интегрируемости по Риману.
23. Метрические пространства. Топология метрического пространства.
24. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров.
25. Пополнение метрического пространства.
26. Пространство $L_1[0,1]$, $L_\infty[0,1]$ как пополнение пространства $C[0,1]$ с интегральной нормой.
27. Неравенства Юнга, Гельдера, Минковского. Пространства $L_p[0,1]$ их полнота.
28. Принцип сжимающих отображений и его варианты.
29. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям в пространствах $C[a,b]$ и $L_2(T,m)$.

Примерный перечень вопросов к экзамену 5 семестр

1. Векторные пространства. Норма и полунорма. Нормированные пространства.
2. Банаховы пространства. Теорема об абсолютно сходящихся рядах.
3. Скалярное произведение. Гильбертовы пространства.
4. Теорема о проекции.
5. Разложение по ортонормированным системам в гильбертовом пространстве.
6. Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Интегральные операторы в пространствах $C[0,1]$ и $L_2[0,1]$
7. Пространство ограниченных линейных операторов. Теорема о полноте пространства операторов.
8. Различные типы сходимости последовательностей операторов.
9. Теорема Банаха – Штейнгауза.

10. Обратные операторы, связь с разрешимостью уравнений $Ax = y$.
Теоремы о существовании обратных.
11. Теорема Банаха об обратном операторе и ее следствия.
12. Спектр оператора.
13. Линейные ограниченные функционалы и сопряженное пространство.
14. Теорема Рисса об общем виде функционала на гильбертовом пространстве.
15. Общий вид линейных ограниченных функционалов в $L_p [0,1]$.
16. Общий вид линейных ограниченных функционалов в $C[a,b]$.
17. Теорема Хана – Банаха о продолжении ограниченного линейного функционала.
18. Сопряженный оператор к оператору в банаховых пространствах.
19. Теорема об условиях разрешимости уравнения $Ax = y$.
20. Компактные операторы. Определение и основные свойства.
21. Спектр компактного оператора.
22. Компактность интегральных операторов.
23. Альтернатива Фредгольма.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)
2. Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)
3. Экстремальные задачи	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)
4. Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № __ от _____ г.)

Заведующий кафедрой

_____ А.В.Лебедев

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
