

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«08» июля 2022 г.

Регистрационный № УД-11369/уч.



Дополнительные главы анализа

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, типового учебного плана по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов: № G31-1-016/уч. от 25.05.2021, № G31-1-010/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-002/уч-з. от 31.05.2021

СОСТАВИТЕЛИ:

Антоневич А.Б., профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Лебедев А.В., заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ромащенко Г.С., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Чесалин В.И., доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 13 от 12.05.2022);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 6 от 29.06.2022)

Заведующий кафедрой _____



Лебедев А.В.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины «Дополнительные главы анализа»

Цель учебной дисциплины – освоение студентами языка современной математики, владение общими конструкциями и умение их применять в теоретических и прикладных задачах.

Задачи учебной дисциплины:

1. Формирование у студентов корректных понятий длины, площади и объема . Изучение понятия меры Жордана.
2. Изучение непрерывных, равномерно непрерывных, абсолютно непрерывных отображений и отображений, удовлетворяющих условию Липшица, в конечномерных пространствах.
3. Изучение интегрируемых по Риману функций: интегрируемость в собственном и несобственном смысле.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к Дисциплинам специализации компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина наиболее тесно связана со следующими дисциплинами: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление», «Численные методы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дополнительные главы анализа» должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций**:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы при решении теоретических и прикладных математических задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– корректные определения длины, площади, объема; общее понятие меры Жордана;

- основные свойства функций в конечномерных пространствах;
- методы доказательства основных свойств множеств и отображений в конечномерных пространствах.

уметь:

- корректно находить меры множеств на прямой, плоскости;
- устанавливать свойства отображений в конечномерных пространствах;
- применять результаты анализа для решения теоретических и прикладных задач;

владеть:

- основными методами вычисления площади и длины;
- методами доказательств непрерывности, равномерной непрерывности отображений;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Дополнительные главы анализа» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Мера Жордана

Тема 1.1. Корректное определение длины, площади, объема. Необходимость изучения корректных определений длины, площади, объема. Общее понятие меры Жордана. Примеры измеримых и неизмеримых по Жордану множеств.

Раздел 2. Свойства отображений

Тема 2.1. Свойства непрерывных отображений. Определения непрерывных, равномерно непрерывных и абсолютно непрерывных отображений и отображений, удовлетворяющих условию Липшица; их свойства; связь между ними. Теорема о продолжении.

Раздел 3. Функции, интегрируемые по Риману

Тема 3.1. Функции, интегрируемые по Риману в несобственном смысле. Определения абсолютно сходящегося и условно сходящегося интегралов по Риману. Примеры функций, интегрируемых и неинтегрируемых по Риману.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела,	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические	Семинарские занятия	Лабораторные	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Мера Жордана							
1.1	Корректное определение длины, площади, объема. Необходимость изучения корректных определений длины, площади, объема. Общее понятие меры Жордана. Примеры измеримых и неизмеримых по Жордану множеств.	6			4			
2	Свойства отображений							
2.1	Свойства непрерывных отображений. Определения непрерывных, равномерно непрерывных и абсолютно непрерывных отображений и отображений, удовлетворяющих условию Липшица; их свойства; связь между ними. Теорема о продолжении.	6			4		2	Коллоквиум. Контрольная работа. Отчет по лабораторным работам. Проверка и отчет по решению задач
3	Функции, интегрируемые по Риману							
3.1	Функции, интегрируемые по Риману в несобственном смысле. Определения абсолютно сходящегося и условно сходящегося интегралов Римана. Примеры функций, интегрируемых и неинтегрируемых по Риману.	6			6		2	Отчет по решению задач. Контрольная работа
	Всего	18			14		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Антоневи́ч А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. 2-е изд., перераб. и доп. Минск, Изд-во БГУ, 2006.
2. Антоневи́ч А.Б., Мазель М.Х., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебное пособие. Минск, Изд-во БГУ, 2011.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Физматлит, 2004.
4. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М., Высшая школа, 1982.
5. Бородин П.А., Савчук А.М., Шейпак И.А. Задачи по функциональному анализу. М., МЦНМО, 2017.
6. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 272 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/210290>.
7. Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов / И. П. Натансон. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 560 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: — <https://e.lanbook.com/book/189430>.

Перечень дополнительной литературы

1. Березанский Ю.М., Ус Г.Ю., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. Курс лекций. Киев, Выща школа, 1990.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. СПб., Невский Диалект, БХВ-Петербург, 2002.
3. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., Наука, 1979.
4. Антоневи́ч А.Б., Князев П.Н., Радыно Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Минск, Вышэйшая школа, 1978.
5. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Физматлит, 2002.
6. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Функциональный анализ. М., Мир, 1977.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дополнительные главы анализа» учебным планом предусмотрен экзамен.

Контроль работы студента проходит в форме отчета по лабораторным работам с последующей их устной защитой, коллоквиума, контрольных и самостоятельных работ в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета по решению задач. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- коллоквиум – 25 %;
- контрольная работа – 50 %;
- письменные отчеты по лабораторным работам – 25 %;

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1. *Свойства непрерывных отображений.*

Студент изучает свойства отображений, исследует отображения на непрерывность, равномерную непрерывность, абсолютную непрерывность, на выполнение условия Липшица для данного отображения.

Форма контроля – контрольная работа

Тема 3.1. *Функции, интегрируемые по Риману в несобственном смысле.*

Студент изучает основные понятия, связанные с интегрируемостью, проверяет, является ли функция интегрируемой по Риману в собственном или несобственном смысле

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторная работа № 1. Корректное определение длины, площади, объема.

Лабораторная работа № 2. Общее понятие меры Жордана.

Лабораторная работа № 3. Примеры измеримых и неизмеримых по Жордану множеств.

Лабораторная работа № 4. Непрерывные, равномерно непрерывные и абсолютно непрерывные отображения и отображения, удовлетворяющих условию Липшица

Лабораторная работа № 5. Теорема о продолжении.

Лабораторная работа № 6. Определения абсолютно сходящегося и условно сходящегося интегралов Римана.

Лабораторная работа № 7. Примеры функций, интегрируемых и неинтегрируемых по Риману.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *эвристический подход, практико-ориентированный подход, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения*, которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлекссию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Использование указанных методов обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления, и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лабораторным занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Необходимость введения корректных определений длины, площади, объема.
2. Общее понятие меры Жордана
3. Примеры измеримых по Жордану множеств.
4. Примеры неизмеримых по Жордану множеств.
5. Теорема о продолжении.
6. Различные свойства отображений. Примеры.
7. Непрерывные отображения. Примеры.
8. Равномерно непрерывные отображения. Примеры
9. Абсолютно непрерывные отображения. Примеры.
10. Отображения, удовлетворяющие условию Липшица. Примеры.
11. Связь между разными видами отображений.
12. Примеры различия свойств отображений.
13. Интегрируемые по Риману (в собственном смысле) функции.
14. Интегрируемые по Риману (несобственном смысле) функции.
15. Определения абсолютно интеграла по Риману.
16. Определения условно сходящегося интеграла по Риману.
17. Примеры функций, интегрируемых (в собственном смысле) по Риману.
18. Примеры функций, интегрируемых (в несобственном смысле) по Риману.
19. Примеры функций, неинтегрируемых по Риману
20. Контрпримеры

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 12.05.2022)
2. Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 12.05.2022)
3. Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 12.05.2022)
4. Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 12.05.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
