

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора  
по учебной работе

МГЭИ им. А.Д. Сахарова БГУ

И. Э. Бученков

2022 г.

Регистрационный № УД-1117-82 /уч.



## СПЕЦИАЛЬНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ФУНКЦИИ

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

Направления специальности:

1-40 05 01 – 06 Информационные технологии и системы (в экологии);

1-40 05 01 – 07 Информационные технологии и системы (в здравоохранении)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-40 05 01 – 2021 от 09.02.2021, учебных планов учреждения высшего образования № 129-21/уч. от 14.05.2021 и № 130-21/уч. от 14.05.2021 по специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям) и типовой учебной программы рег. №ТД-I.1552/тип. от 21.02.2022

#### СОСТАВИТЕЛИ:

Б. М. Астрахан, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

И. Н. Катковская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. В. Белько, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

В. В. Журавков, заведующий кафедрой информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат биологических наук, доцент

#### РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 28.04. 2022);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 24.05. 2022)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Специальные математические методы и функции» модуля «Дополнительные главы математики» разработана для студентов, обучающихся по специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям) в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования I ступени, учебных планов по данной специальности и типовой учебной программы по данной дисциплине.

Изучаемая дисциплина включает в свой состав ряд тем, представляющих собой существенную значимость для профессиональной деятельности инженера-программиста. Изучаемые разделы применяются при решении различных задач в областях математики, физики, программирования, а также связанных с ними приложениях в медицине, биологии, экологии. Изучение предлагаемого учебной программой материала способствует развитию у студентов логического мышления, умения выделять главное, воспитывает стремление к точности, как в учебной деятельности студента, так и в будущей профессиональной деятельности специалиста.

Необходимость изучения специальных математических методов и функций связана с двумя основными обстоятельствами. Во-первых, при разработке математической модели физического явления сначала целесообразно рассматривать упрощенные задачи, допускающие аналитическое решение. Во-вторых, эти упрощенные задачи могут использоваться в качестве тестовых для выбора численного алгоритма решения более сложной задачи и его отладки. При решении многих профессиональных задач используются различные специальные функции. На практике специальные функции обычно возникают как решения различных дифференциальных уравнений. Поэтому в данном курсе будет рассматриваться подход, позволяющий получить все основные свойства специальных функций непосредственно из дифференциальных уравнений, присутствующих в постановке задачи.

Базовыми учебными дисциплинами для учебной дисциплины «Специальные математические методы и функции» являются «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

### **Цели обучения дисциплине:**

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие интеллектуального потенциала студентов и способностей их к логическому и алгоритмическому мышлению;
- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений прикладных задач и выбора наилучших способов реализации этих решений.

### **Задачи обучения дисциплине:**

– изучение основ вариационного исчисления, интегральных преобразований Фурье, Лапласа,  $Z$  –преобразований, изучение основных специальных функций Бесселя, гамма- и бета-функций;

– овладение методами операционного исчисления, методами решения уравнений математической физики и экстремальных задач, методами функционального анализа;

– развитие навыков решения задач математики операторным методом, выполнения интегральных и дискретных преобразований, работы со специальными функциями, формулировки и решения задач на языке матриц;

– привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям;

– развить логическое и алгоритмическое мышление;

– выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

Обучающийся должен владеть следующими компетенциями:

УК-12. Обладать навыками творческого аналитического мышления.

БПК-5. Применять методы вариационного исчисления, решать уравнения математической физики, выполнять интегральные и дискретные преобразования.

В результате изучения дисциплины студент должен

#### ***знать:***

– основные специальные математические функции;

–  $Z$ -преобразования и преобразования Лапласа;

– уравнение Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления;

– применение рядов Фурье для решения задач профессионального содержания;

– методы решений уравнений математической физики;

– основные математические методы решения инженерных задач;

#### ***уметь:***

– решать дифференциальные уравнения операторным методом, выполнять интегральные и дискретные преобразования;

– работать со специальными функциями, формулировать и решать задачи профессионального содержания;

– строить математические модели физических процессов;

#### ***владеть:***

– методами операционного исчисления, методами решения уравнений математической физики, методами вариационного исчисления и применения специальных функций;

– математическими методами решения типовых задач профессиональной области знания.

Программа курса рассчитана на 108 ч. Аудиторных часов 50, из них: лекционных – 26 ч, практических занятий – 24 ч.

Форма получения высшего образования – дневная.

Форма текущей аттестации – экзамен в III семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. ПРИМЕНЕНИЕ РЯДА ФУРЬЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ**

Ряд Фурье. Ортогональные системы функций. Обобщенный ряд Фурье. Интеграл Фурье, преобразование Фурье.

### **Тема 2. ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА**

Метрические пространства; нормированные линейные пространства со скалярным произведением; пространства Евклида; построение ортонормированного базиса в евклидовом пространстве; пространства Гильберта, Хемминга. Полнота метрического пространства. Решение задач на приложения матриц.

### **Тема 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Понятие дифференциального уравнения в частных производных второго порядка с двумя неизвестными и его решения. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений в частных производных второго порядка с двумя неизвестными. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Граничные и начальные условия. Корректность постановки задачи. Решение уравнений свободных колебаний струны методом Даламбера. Решение уравнений колебаний струны методом Фурье.

### **Тема 4. ГАММА- И БЕТА-ФУНКЦИИ**

Гамма- и бета-функции и их свойства. Применение гамма- и бета-функций при решении дифференциальных уравнений.

### **Тема 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ, ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Определение функций Бесселя, их свойства. Применение функций Бесселя при решении различных дифференциальных уравнений.

### **Тема 6. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА И Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ**

Преобразование Лапласа и Z-преобразование Лорана. Свойства этих преобразований. Решение разностных уравнений и систем разностных уравнений.

### **Тема 7. ЭЛЕМЕНТЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

Уравнение Эйлера-Лагранжа. Экстремали функционала. Решение уравнения Эйлера в специальных случаях.

### **Тема 8. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

Восстановление оригинала по его изображению. Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений методом операционного исчисления.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Формы контроля знаний
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	ПРИМЕНЕНИЕ РЯДА ФУРЬЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ	4	2			метод. пособие	сам. раб., опрос
2	ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА	4	2			метод. пособие	опрос
3	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ	4	4			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа №1		2				
4	ГАММА- И БЕТА-ФУНКЦИИ	2	2			метод. пособие	сам. раб., опрос
5	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ, ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ	4	4			метод. пособие	сам. раб., опрос
6	ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА И Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ	2	2			метод. пособие	сам. раб., опрос
7	ЭЛЕМЕНТЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ	2	2			метод. пособие	сам. раб., опрос
8	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ	4	2			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа №2		2				
<b>ВСЕГО</b>		<b>26</b>	<b>24</b>				

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная*

1. Бабич, А. А. Специальные математические методы и функции : учеб.-метод. пособие / А. А. Бабич, Л. Д. Корсун ; М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. техн. ун-т им. П. О. Сухого. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2021. – 91 с.
2. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 327 с.
3. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 274 с.
4. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 216 с.
5. Зайцев, В. Ф. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка : учебное пособие для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 416 с.
6. Корзников, А. Д. Операционное исчисление : учебно-методическое пособие / А. Д. Корзников, О. М. Королева. – Минск : БНТУ, 2021. – 85 с.
7. Поникарова, И. В. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие / И. В. Поникарова. – Санкт-Петербург : СПбГУ, 2019. – 50 с.

#### *Дополнительная*

8. Борзенков, А. В. Специальные и математические методы и функции / А. В. Борзенков, Р. М. Жевняк. – Минск : Харвест, 2013. – 576 с.
9. Глецевич, М. А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: в 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич и др. – Минск: БГУ, 2015. – 480 с.
10. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – М.: Высшая школа, 2011. – 608 с.
11. Холодова, С. Е. Специальные функции в задачах математической физики / С. Е. Холодова, С. И. Перегудин. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 631 с.

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает: освоение содержание образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

В процессе чтения лекций используются мультимедиа презентации. В процессе проведения практических занятий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

1. контрольные работы;
2. самостоятельные работы;
3. коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
4. устный опрос в ходе практических занятий;
5. проверку конспектов лекций студентов;
6. доклады на конференциях.

Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

#### **Темы самостоятельных работ:**

1. Применение рядов Фурье при решении задач.
2. Решение задач математической физики.
3. Специальные функции. Гамма- и Бета- функции.
4. Применение функций Бесселя при решении дифференциальных уравнений.
5. Решение разностных уравнений посредством применения преобразования Лапласа.
6. Элементы вариационного исчисления. Нахождение экстремалей функционала.
7. Решение дифференциальных уравнений методом операционного исчисления



**Протокол согласования учебной программы**

<b>Название дисциплины, с которой требуется согласование</b>	<b>Название кафедры</b>	<b>Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</b>	<b>Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</b>
Согласования с другими дисциплинами не требуется			

## РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Специальные математические методы и функции» для студентов специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

Составители: Б. М. Астрахан, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент; Л. А. Хвоцинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им.

А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент; И. Н. Катковская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Представленная учебная программа составлена в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания учебных программ и компетенциям по учебным дисциплинам на основе образовательного стандарта ОСВО 1-40 05 01 – 2021 от \_\_.\_\_.2021, учебных планов учреждения высшего образования № 129-21/уч. от 14.05.2021 и № 130-21/уч. от 14.05.2021 и типовой учебной программы рег. №ТД-I.1552/тип. от 21.02.2022 по специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

Рецензируемая программа предназначена для методического обеспечения учебной работы при получении высшего образования 1-й ступени в очной форме. Содержание программы включает следующие разделы: пояснительная записка, содержание учебного материала, учебно-методическая карта дисциплины, информационно-методическая часть.

В пояснительной записке указаны цели и задачи изучения дисциплины, результаты изучения на уровне умений, знаний, навыков в соответствии требованиями, предъявляемыми к выпускникам указанной специальности.

В соответствии с учебными планами на изучение дисциплины отводится 108 ч. Аудиторное количество часов 50, из них лекции – 26 ч, практические занятия – 24 ч. Занятия проводятся в 3-ом семестре. Форма текущей аттестации – экзамен. Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Содержание курса представлено восемью разделами: «Применение ряда Фурье при решении задач», «Элементы функционального анализа», «Решение задач математической физики», «Гамма- и бета- функции», «Дифференциальные уравнения и функции Бесселя, их приложения», «Применение преобразования Лапласа и Z-преобразования при решении

задач», «Элементы вариационного исчисления», «Решение задач методом операционного исчисления». По каждому разделу составлен перечень вопросов, рассмотрение которых позволит сформировать знания, умения и навыки, отвечающие требованиям образовательного стандарта.

Учебно-методической картой дисциплины определены темы и количество часов лекционных, практических и лабораторных занятий на их изучение.

В информационно-методической части рекомендуется актуальная основная и дополнительная литература, указаны методы обучения, темы самостоятельных работ, основные формы контроля знаний и практических умений студентов, сформулированы требования к организации самостоятельной работы студентов.

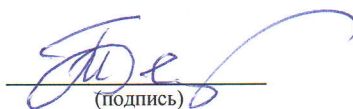
Учебная программа позволяет обеспечить формирование у будущих специалистов системных и прочных знаний по дисциплине «Специальные математические методы и функции», способствует развитию у студентов логического и рационального мышления, математической культуры, активизирует навыки самостоятельной работы.

Рецензируемая учебная программа соответствует установленным требованиям к уровню подготовки специалистов высшего образования и может быть рекомендована для утверждения.

Рецензент:

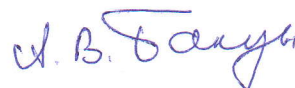
Белько Иван Васильевич, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

Дата 05.05.2022

  
(подпись)

/ Белько И.В. /  
(фамилия, инициалы)





## РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Специальные математические методы и функции» для студентов специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

Составители: Б. М. Астрахан, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент; Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им.

А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент; И. Н. Катковская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Представленная учебная программа составлена в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания учебных программ и компетенциям по учебным дисциплинам на основе образовательного стандарта ОСВО 1-40 05 01 – 2021 от \_\_.\_\_.2021, учебных планов учреждения высшего образования № 129-21/уч. от 14.05.2021 и № 130-21/уч. от 14.05.2021 и типовой учебной программы рег. №ТД-1.1552/тип. от 21.02.2022 по специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии (по направлениям).

Рецензируемая программа предназначена для методического обеспечения учебной работы при получении высшего образования 1-й ступени в очной форме. В соответствии с учебными планами на изучение дисциплины отводится 108 ч. Аудиторное количество часов 50, из них лекции – 26 ч, практические занятия – 24 ч. Занятия проводятся в 3-ом семестре. Форма текущей аттестации – экзамен. Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Содержание программы включает следующие разделы: пояснительная записка, содержание учебного материала, учебно-методическая карта дисциплины, информационно-методическая часть.

В пояснительной записке указаны цели и задачи изучения дисциплины, результаты изучения на уровне умений, знаний, навыков в соответствии требованиями, предъявляемыми к выпускникам указанной специальности.

Содержание курса представлено следующими разделами: «Применение ряда Фурье при решении задач», «Элементы функционального анализа», «Решение задач математической физики», «Гамме- и бета- функции»,

«Дифференциальные уравнения и функции Бесселя, их приложения», «Применение преобразования Лапласа и Z-преобразования при решении задач», «Элементы вариационного исчисления», «Решение задач методом операционного исчисления».

Учебно-методической картой дисциплины определены темы и количество часов лекционных и практических занятий на их изучение.

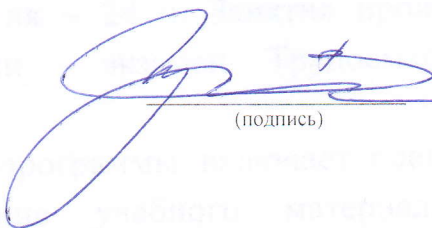
В информационно-методической части рекомендуется актуальная основная и дополнительная литература, указаны методы обучения, темы самостоятельных работ, основные формы контроля знаний и практических умений студентов, сформулированы требования к организации самостоятельной работы студентов.

Учебная программа позволяет обеспечить формирование у будущих специалистов системных и прочных знаний по дисциплине «Специальные математические методы и функции», способствует развитию у студентов логического и рационального мышления, математической культуры, активизирует навыки самостоятельной работы.

Рецензируемая учебная программа учебная программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» содержит все необходимые темы и разделы, оформлена в соответствии с требованиями и может быть рекомендована к утверждению.

Рецензент:

Журавков Владислав Владимирович, кандидат биологических наук, доцент, заведующий кафедрой информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета



(подпись)

/ Журавков В. В. /

(фамилия, инициалы)