всех m-колец и их гомоморфизмов обозначается через $\mathcal{K}$. Подкласс $\mathcal{F}$ класса $\mathcal{K}$ называется формацией [2], если он замкнут относительно взятия гомоморфных образов и подпрямых произведений конечных семейств m-колец из класса $\mathcal{F}$.

Пусть $(K, +, \cdot, \circ)$ есть m-кольцо. Преобразование ζ этого m-кольца называется дифференцированием m-кольца K, если выполняются следующие условия: для любых $a, b \in K$

$D1)$ $\zeta(a+b) = \zeta(a) + \zeta(b)$;

$D2)$ $\zeta(ab) = \zeta(a) \cdot b + a \cdot \zeta(b)$;

$D3)$ $\zeta(a \circ b) = (\zeta(a) \circ b) \cdot \zeta(b)$.

Множество всех дифференцирований m-кольца K обозначаем через $\mathrm{Dif}K$. Некоторые свойства дифференцирований рассмотрены в [1]. m-кольцо K называется сегментно ниль-дифференцируемым, если выполняется условие: для любого под-m-кольца A m-кольца K если B — максимальный идеал m-кольца A и $\zeta \in \mathrm{Dif}(A/B)$, то для любого $x \in A/B$ и для некоторого натурального k выполняется равенство $\underbrace{\zeta(\zeta(\ldots\zeta(x)\ldots))}_{k \text{ раз}} = 0$.

Класс таких m-колец обозначаем через Nd. Следующий пример показывает, что существуют сегментно ниль-дифференцируемые m-кольца с ненулевыми дифференцированиями на композиционных факторах.

Пример. Пусть $(K, +, \cdot, \circ)$, где $K = P[x]$ — m-кольцо многочленов над бесконечным полем P от переменной x. Согласно примеру 3.1.6 из [1] всякое ненулевое дифференцирование ζ является взятием производной многочлена, поэтому $\zeta^{[k+1]}(f(x)) = 0$ для $f(x) \in P[x]$, где k — степень многочлена $f(x)$. Ввиду предложения 1.4.1 [1] m-кольцо K является простым. Поэтому K принадлежит классу Nd.

Теорема. *Класс Nd является формацией.*

Литература

1. Ширяев В. М. *Кольца с дополнительной операцией суперпозиции.* Минск: Изд-во БГУ, 2004.

2. Шеметков Л. А. , Скиба А. Н. *Формации алгебраических систем.* М.: Наука, 1989.

О НЕПРИВОДИМЫХ ЛИНЕЙНЫХ ГРУППАХ С АБЕЛЕВОЙ СИЛОВСКОЙ 2-ПОДГРУППОЙ

А.А. Ядченко

Институт математики НАН Беларуси
Кирова 32а, 246652 Гомель, Беларусь
yadchenko_56@mail.ru

Условие В. Скажем, что конечная группа $\Gamma = GA$ удовлетворяет условию В, если $G \lhd \Gamma$, $(|G|, |A|) = 1$, A — непримарная группа нечетного порядка, которая не является нормальной в Γ, $C_G(a) = C_G(A)$ для каждого элемента $a \in A^{\#}$, и группа G имеет точный неприводимый комплексный характер степени n, который является a-инвариантным хотя бы для одного элемента $a \in A^{\#}$.

Из теоремы, доказанной в серии статей [1–3], вытекает, что если $n < 2|A|$ и A — нечетного порядка, то $n = |A| - 1$, $|A| + 1$, $2(|A| - 1)$ или $2|A| - 1$ и n — степень некоторого простого числа. В работе [4] установлено, что если группа Γ удовлетворяет условию В и $n = 2|A| + 1$, то n — также степень простого числа. Отсюда следует, что n делится на такую степень f некоторого простого числа, что $f \equiv -1$ или $1 (\mathrm{mod}\, |A|)$. В [4] сформулирована гипотеза о справедливости этого утверждения для произвольного числа n.

Для группы A простого порядка результаты, аналогичные теореме из [1–3] получены Айзексом в [5]. В этом случае гипотеза из [4] верна ввиду результатов Ньютона [6].

Теорема 1. *Пусть группа* Γ *удовлетворяет условию B и силовская* 2*-подгруппа группы* G *абелева. Тогда* n *делится на такую степень* f *некоторого простого числа, что* $f \equiv -1$ *или* $1 (\mathrm{mod}\, |A|)$.

Подгруппа X называется TI*-подгруппой в группе* Y, если $X \cap X^y = 1$ для всех $y \in Y \setminus N_Y(X)$.

С применением теоремы 1 доказывается следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть конечная* π*-разрешимая группа* G *с непримарной* π*-холловой* TI*-подгруппой* H *нечетного порядка и абелевой силовской* 2*-подгруппой имеет точный неприводимый комплексный характер степени* n. *Тогда* n *делится на такую степень* f *некоторого простого числа, что* $f \equiv -1$, 0 *или* $1 (\mathrm{mod}\, |H|)$, *или подгруппа* H *абелева и нормальна в* G.

Литература

1. Ядченко А. А. *О* Π*-разрешимых неприводимых линейных группах с холловой* TI*-подгруппой нечетного порядка. I* // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2008. Т. 16, № 2. С. 118–130.
2. Ядченко А. А. *О* Π*-разрешимых неприводимых линейных группах с холловой* TI*-подгруппой нечетного порядка. II* // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2009. Т. 17, № 2. С. 94–104.
3. Ядченко А. А. *О* Π*-разрешимых неприводимых линейных группах с холловой* TI*-подгруппой нечетного порядка. III* // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2010. Т. 18, № 2. С. 99–114.
4. Yadchenko A. A. *On irreducible linear groups of nonprimary degree* // ISRN Algebra. V. 2011. Article ID 868096. 20 pages doi: 10.5402/2011/868096.
5. Isaacs I. M. *Complex* p*-solvable linear groups* // J. Algebra. 1973. V. 24, № 3. P. 513–530.
6. Newton B. *On the degrees of complex* p*-solvable linear groups* // J. Algebra. 2005. V. 288. P. 384–391.

ON ESTIMATES OF THE MEASURES OF EXCEPTIONAL SETS IN NONLOCAL PROBLEMS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

V.S. Ilkiv[1], I.Ya. Savka[2]

[1] National University "Lviv Polytechnic", Ukraine
ilkivv@i.ua
[2] Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NASU, Ukraine
s-i@ukr.net

Establishing the correctness conditions of nonlocal value problems for partial differential equations in bounded domains is closely associated with the problem of small denominators [1, 2]. The problem of small denominators is often solved by applying the metric approach [1]. Implementing this approach requires establishing upper estimates for the measures of exceptional sets of smooth functions.

Let I be a closed interval of the real axis, let $\mathrm{mes}\, A$ denote the Lebesgue measure of a set A, $A \subset \mathbb{R}$, and let $C^m(I;\mathbb{R})$ $(m \in \mathbb{N} \cup \{0\})$ be the space of m times continuously differentiable functions defined on I. The following statement is established.

Theorem. *Let* $F(\tau, z) = f_1(\tau)z_1 + \ldots + f_m(\tau)z_m$, *where* $z = (z_1, \ldots, z_m) \in \mathbb{C}^m$, $f_j \in C^m(I;\mathbb{R})$, $j = 1, \ldots, m$. *If the Wronskian* $W(\tau)$ *of the functions* $f_1(\tau), \ldots, f_m(\tau)$ *is nonzero on* I, *then an estimate*

$$\mathrm{mes}\, \{\tau \in I : |F(\tau, z)| < \varepsilon\} \leqslant C_2 \sqrt[m-1]{\varepsilon/|z|},$$

holds for arbitrary $z \in \mathbb{C}^m \setminus \{\vec{0}\}$ *and* $\varepsilon \in (0, C_1|z|/2)$, $|z| = |z_1| + \ldots + |z_m|$, *where the constants* C_1, C_2 *are determined by formulas*

$$C_1 = \frac{\min\limits_{\tau \in I} |W(\tau)|}{m} \left(\prod_{j=1}^{m} \|f_j\|_{C^{(m-1)}(I;\mathbb{R})} \sum_{j=1}^{m} \|f_j\|^{-1}_{C^{(m-1)}(I;\mathbb{R})} \right)^{-1},$$