



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«08» июля 2022 г.

Регистрационный № УД – 11173/уч.

## **Дифференциальные уравнения**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальностей:**

**1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по  
направлениям)**

**направления специальности:**

1-31 03 08-01 Математика и информационные технологии (Веб-  
программирование и интернет-технологии)

1-31 03 08-02 Математика и информационные технологии (Математическое и  
программное обеспечение мобильных устройств)

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 08-2021 и учебных планов № G31-1-017/уч., №G31-1-011уч. от 25.05.2021 г., № G31-1-001/уч\_ин., №G31-1-003/уч.ин., №G31-1-003уч-з., №G31-1-004уч-з. от 31.05.2021 г., № G31-1-220/уч. от 22.03.2022 г., №G31-1-225/уч. ин. от 27.05.2022 г., № G31-1-221/уч. от 22.03.2022 г., № G31-1-235/уч. ин. от 27.05.2022 г., № G31-1-219уч-з., G31-1-218уч-з. 27.05.2022 г.

#### **СОСТАВИТЕЛИ:**

В.В. Амелькин, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

М.Н. Василевич, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Л.Л. Голубева, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.И. Громак, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

А.Е. Руденок, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Д.Н. Чергинец, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

#### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

В.В. Цегельник, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор;

А.А. Леваков, профессор кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

#### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета (протокол № 16 от 25.05.2022);

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 6 от 29.06.2022).

Зав. кафедрой дифференциальных уравнений  
и системного анализа



Л. Л. Голубева

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – подготовка специалистов, обладающих знаниями и умениями эффективного использования основных методов теории дифференциальных уравнений.

### Задачи учебной дисциплины:

- приобретение студентами знаний в области теории дифференциальных уравнений;
- приобретение практических навыков решения математических задач, построения и анализа математических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дифференциальные уравнения» 1 государственного компонента.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является естественным продолжением дисциплины «Математический анализ», в основном опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении таких дисциплин как «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Геометрия». Знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются при изучении таких дисциплин как «Уравнения математической физики», «Численные методы».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции:**

**БПК-7.** Строить и анализировать дифференциальные модели реально происходящих явлений и процессов.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### **знать:**

- элементарные приемы интегрирования;
- постановку задачи Коши;
- теоремы существования и единственности;
- основные понятия и теоремы общей теории систем дифференциальных уравнений;
- основные понятия и теоремы теории устойчивости по Ляпунову;

#### **уметь:**

- решать основные типы уравнений первого порядка;
- ставить начальные и краевые задачи, решать вопросы существования и

единственности решения начальных задач;

- решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами;
- применять основные теоремы второго метода Ляпунова для решения вопросов устойчивости движения, определять типы особых точек автономных систем на плоскости;

**владеть:**

- основными приёмами построения дифференциальных моделей реально происходящих явлений и процессов.

### **Структура учебной дисциплины**

Форма получения высшего образования очная (дневная) и заочная.

#### **Очная форма получения высшего образования.**

Дисциплина изучается в 3 и 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отведено: 210 часов, в том числе 140 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 98 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

На третий семестр отводится 72 аудиторных часа, из которых: лекции - 18 часов, практические занятия - 50 часов, управляемая самостоятельная работа - 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины в третьем семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

На четвертый семестр отводится 68 аудиторных часов, из которых: лекции - 16 часов, практические занятия - 48 часов, управляемая самостоятельная работа - 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины в четвертом семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

#### **Заочная форма получения высшего образования.**

Дисциплина изучается в 5 и 6 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отведено: 210 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 20 часов, практические занятия – 16 часов.

На пятый семестр отводится 18 аудиторных часов, из которых 10 часов составляют лекции, 8 часов – практические занятия, контрольная работа.

Трудоемкость учебной дисциплины в пятом семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

На шестой семестр отводится 18 аудиторных часов, из которых 10 часов составляют лекции, 8 часов – практические занятия, контрольная работа.

Трудоемкость учебной дисциплины в шестом семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

#### Тема 1.1. Введение в теорию дифференциальных уравнений.

Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация ОДУ. Векторное поле. Изоклины. Решения. Интегральные кривые. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме.

#### Тема 1.2. Методы интегрирования простейших уравнений.

Общий интеграл. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными и к однородным уравнениям.

#### Тема 1.3. Геометрические и физические задачи.

Простейшие математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями.

#### Тема 1.4. Линейные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли и Риккати.

Линейные уравнения первого порядка. Методы интегрирования линейных уравнений первого порядка: метод Лагранжа, метод интегрирующего множителя. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Разрешимость в квадратурах.

#### Тема 1.5. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Специальные классы интегрирующих множителей. Существование и общий вид интегрирующего множителя.

#### Тема 1.6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Изоклины. Интегральные кривые. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными и к однородным уравнениям. Геометрические и физические задачи. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

### Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

### **Тема 2.1. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной.**

Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Дискриминантные кривые. Особые решения уравнений первого порядка, не разрешённых относительно производной.

### **Тема 2.2. Уравнения высших порядков.**

Уравнения высших порядков. Общие понятия, определения. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах и допускающие понижение порядка.

### **Тема 2.3. Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.**

Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Задача Коши. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Особые решения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

## **Раздел 3. Общие теоремы теории дифференциальных уравнений**

### **Тема 3.1. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.**

Условие Липшица. Интегральное уравнение. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений. Доказательство теоремы Пикара методом последовательных приближений.

### **Тема 3.2. Теорема Пикара для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка $n$ .**

Системы дифференциальных уравнений. Общие понятия, определения. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка  $n$ . Продолжение решений.

### **Тема 3.3. Метод последовательных приближений**

Метод последовательных приближений. Доказательство теоремы Пикара методом последовательных приближений.

## **Раздел 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков**

### **Тема 4.1. Однородные линейные уравнения с переменными коэффициентами.**

Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Общие понятия, определения. Задача Коши. Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка. Линейная независимость функций и решений ОЛДУ, определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения (ФСР). Формула Лиувилля. Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка с вещественными коэффициентами.

#### **Тема 4.2. Однородные линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.**

Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

#### **Тема 4.3. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка.**

Метод вариации произвольных постоянных решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений (метод Лагранжа). Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Принцип линейной суперпозиции.

#### **Тема 4.4. Линейные дифференциальные уравнения.**

Формула Лиувилля. Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений (метод Лагранжа). Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

### **Раздел 5. Линейные системы дифференциальных уравнений**

#### **Тема 5.1. Общие понятия, определения и свойства.**

Линейные дифференциальные системы  $n$ -го порядка. Общие понятия и определения. Задача Коши. Однородные линейные дифференциальные системы. Общие свойства решений. Линейная независимость вектор-функций. Определитель Вронского. Фундаментальная матрица и общее решение однородной линейной дифференциальной системы. Формула Лиувилля для линейных систем дифференциальных уравнений.

#### **Тема 5.2. Однородные линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

Метод Эйлера. Собственные и присоединенные векторы матрицы, жорданова цепочка.

#### **Тема 5.3. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений.**

Неоднородные линейные дифференциальные системы. Метод Лагранжа. Линейные системы с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

#### **Тема 5.4. Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами.**

Экспоненциальная функция от матрицы, основные свойства. Матричный метод решения линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Раздел 6. Автономные системы и введение в теорию устойчивости.**

#### **Тема 6.1. Автономные системы дифференциальных уравнений. Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка.**

Основные понятия, определения и свойства. Положение равновесия. Поведение траекторий линейных дифференциальных систем второго порядка. Невырожденные и вырожденные случаи.

#### **Тема 6.2. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений.**

Основные понятия теории устойчивости по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Примеры. Устойчивость нулевого решения линейных систем  $n$ -го порядка. Теорема об устойчивости по первому приближению.

#### **Тема 6.3. Линейные системы и введение в теорию устойчивости.**

Однородные и неоднородные системы дифференциальных уравнений. Поведение траекторий линейных дифференциальных систем второго порядка. Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Устойчивость по первому приближению.



## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские Занятия	Лабораторные Занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1.</b>	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>8</b>	<b>28</b>				<b>2</b>	
1.1	Введение в теорию дифференциальных уравнений	1	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.2	Методы интегрирования простейших уравнений	3	8					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.3	Геометрические и физические задачи		4					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.4	Линейные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли и Риккати	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.5	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.6	Дифференциальные уравнения первого порядка		2				2	Контрольная работа по разделу 1.
<b>2</b>	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие</b>	<b>4</b>	<b>16</b>				<b>2</b>	

	<b>понижение порядка</b>							
2.1	Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос. Видеолекция.
2.2	Уравнения высших порядков	2	8					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос. Видеолекция.
2.3	Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка		2				2	Контрольная работа по разделу 2.
<b>3</b>	<b>Общие теоремы теории дифференциальных уравнений</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
3.1	Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
3.2	Теорема Пикара для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка $n$	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
3.3	Метод последовательных приближений	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
<b>4</b>	<b>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</b>	<b>6</b>	<b>20</b>				<b>2</b>	
4.1	Однородные линейные уравнения с переменными коэффициентами	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
4.2	Однородные линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
4.3	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка	2	8					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
4.4	Линейные дифференциальные уравнения		2				2	Контрольная работа по разделу 4.
<b>5</b>	<b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b>	<b>6</b>	<b>16</b>					

5.1.	Общие понятия, определения и свойства	1						Устный опрос
5.2	Однородные линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
5.3	Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений	2	6					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
5.4	Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами	1	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
<b>6</b>	<b>Автономные системы и введение в теорию устойчивости</b>	<b>4</b>	<b>12</b>				<b>2</b>	
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений. Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
6.2	Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
6.3	Линейные системы и введение в теорию устойчивости		4				2	Контрольная работа по разделам 5, 6.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	УСР		
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>1.</b>	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>7</b>	<b>5</b>				
1.1	Введение в теорию дифференциальных уравнений.	1	1			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.2	Методы интегрирования простейших уравнений	2	2			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.4	Линейные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли и Риккати	2	1			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
1.5	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	2	1			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
<b>2</b>	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка</b>	<b>2</b>	<b>3</b>				
2.1	Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной	1	1			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
2.2	Уравнения высших порядков	1	2			[1,3,4]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.

						Устный опрос
<b>3</b>	<b>Общие теоремы теории дифференциальных уравнений</b>	<b>1</b>				
3.1	Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка	1			[1,2,4]	Контрольная работа по разделам 1,2,3
<b>4</b>	<b>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</b>	<b>4</b>	<b>3</b>			
4.1	Однородные линейные уравнения с переменными коэффициентами	1			[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
4.2	Однородные линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	1	1		[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
4.3	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	2	2		[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
<b>5</b>	<b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b>	<b>4</b>	<b>3</b>			
5.2	Однородные линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2	1		[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
5.3	Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений	2	2		[1,4,5]	Отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Устный опрос
<b>6</b>	<b>Автономные системы и введение в теорию устойчивости</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений. Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка.	2	2		[1,2,4]	Контрольная работа по разделам 4,5,6

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / В. В. Амелькин. – Минск: БГУ, 2012. – 288 с.  
<http://elib.bsu.by/handle/123456789/43871>
2. Берёзкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения. Тесты: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим и физическим специальностям: в 2 ч. / Н. С. Берёзкина, А. А. Гринь, В. С. Немец. - Минск: РИВШ, 2021.
3. Мартынов, И.П. Дифференциальные уравнения и системы Пенлеве-типа / И.П. Мартынов, Н. С. Берёзкина, В. А. Пронько; УО "Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы". - Гродно: ГрГУ им. Я. Купалы, 2019.
4. Прохорова, Р.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. УВО по математическим спец. / Р. А. Прохорова; БГУ. - Минск: БГУ, 2017. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/205697>
5. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. высш. технических учеб. заведений / М. В. Федорюк. - Изд. стер. - Москва: URSS: Либроком, 2017.

### Перечень дополнительной литературы

1. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика". - Москва: Высшая школа, 1991.
2. Богданов, Ю.С. Курс дифференциальных уравнений: Учеб. пособие для студ. математич. и физич. спец. высш. учеб. завед. / Ю.С.Богданов, С.А.Мазаник, Ю.Б.Сыроид. - Мн.: Універсітэцкае, 1996.
3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и многих переменных. Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для спец. I степени высш. образования / [авт.: В. В. Цегельник и др.]; М-во образования Республики Беларусь, УО "БГУИР", Фак. компьютерных систем и сетей, Каф. высшей математики. - Минск: БГУИР, 2018.
4. Еругин, Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - Минск: Наука и техника, 1979.
5. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебник для мех.-мат. спец. ун-тов /

- Н. М. Матвеев. - Изд. 4-е, испр. и доп. - Минск: Вышэйшая школа, 1974.
6. Матвеев, Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учеб. пособие / Н.М. Матвеев. - 7-е изд., доп. - СПб.: Лань, 2002.
  6. Попа, М.Н. Проблема центра и фокуса: алгебраические решения и гипотезы / М. Н. Попа, В. В. Прикоп; АН Молдовы, Ин-т математики и информатики. - Кишинэу: [б. и.], 2018.
  7. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: Учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов / В.К.Романко. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. - 342с.
  8. Самойленко, А.М. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи: учеб. пособие для студ. вузов / А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. - Изд. 2-е, перераб. - Москва: Высшая школа, 1989.
  9. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учеб. пособие для студ. вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 7-е, стер. - Москва: Наука, 1992.

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Контроль работы студента проходит в форме опроса на лекциях, во время устной защиты отчета по домашним практическим упражнениям, при решении студентом у доски упражнений, во время контрольной работы.

Оценка за ответы на лекциях и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики, глубину понимания терминов, используемых студентом при ответе на вопросы. При опросах на практических занятиях ценится знание студентом теоретических сведений, полученных на лекции, поэтому студенту перед практическим занятием необходимо почитать и разобраться с лекционным материалом, чтобы он был готов пробовать применять его на практических занятиях.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрен для дневной формы зачет в третьем семестре и экзамен в четвертом семестре, для заочной формы зачет в пятом семестре и экзамен в шестом семестре.

Зачет по дисциплине проходит в форме письменных контрольных работ. Если студент успешно, не менее чем на «четыре» написал все контрольные работы, то допускается получение зачета без проведения дополнительного опроса на зачете. При этом явка обучающегося на зачет является обязательной.

Экзамен по дисциплине проходит в устной форме.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- контрольные работы – 60 %;
- опросы на лекциях и практических занятиях – 40 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.



## **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1.6. Дифференциальные уравнения первого порядка. (2ч.)**

При изучении первого раздела студент учится решать задачи на лекциях, практических занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения первого раздела студент пишет контрольную работу №1. Примерные варианты контрольной работы №1 можно найти в [4], §10.

Форма контроля – контрольная работа.

### **Тема 2.3. Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. (2ч.)**

При изучении второго раздела студент учится решать задачи на лекциях, практических занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения второго раздела студент пишет контрольную работу №2.

Примерный вариант контрольной работы №2.

1. Проинтегрировать и исследовать на особые решения

$$y'^2 - 2xy' + 2x^2 - 2y = 0.$$

2. Решить методом введения параметра

$$x = y'^2 + y' \ln y'.$$

3. Проинтегрировать уравнение

$$x = y''' + y''.$$

4. Найти решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$y'' - 4y'^2 + 3e^y y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Форма контроля – контрольная работа.

### **Тема 4.4. Линейные дифференциальные уравнения. (2ч.)**

При изучении четвертого раздела студент учится решать задачи на лекциях, практических занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения четвертого раздела студент пишет контрольную работу №3. Примерные варианты контрольной работы №3 можно найти в [4], §26.

Форма контроля – контрольная работа.

### **Тема 6.3. Линейные системы и введение в теорию устойчивости (2ч.)**

При изучении пятого и шестого разделов студент учится решать задачи на лекциях, практических занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения пятого и шестого разделов

студент пишет контрольную работу №4. Примерные варианты контрольной работы №4 можно найти в [4], §35.

Форма контроля – контрольная работа.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **эвристический подход**, который предполагает демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем.

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания через решения практических задач.

При организации образовательного процесса **используются методы и приемы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендовано разместить на образовательном портале или сайте кафедры учебно-методические материалы: методические указания к практическим занятиям, вопросы для подготовки к экзамену, перечень рекомендуемой литературы.

Во время самостоятельной работы студент выполняет задания, полученные на практических занятиях, а также изучает лекции и рекомендуемую литературу.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) <sup>1</sup>
Уравнения математической физики	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 16 от 25.05.2022)
Численные методы	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 16 от 25.05.2022)

<sup>1</sup> При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы УВО.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ**  
**К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ**  
**ДИСЦИПЛИНЕ НА \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ УЧЕБНЫЙ ГОД**

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
 \_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.)  
 \_\_\_\_\_  
 (название кафедры)

Заведующая кафедрой  
 кандидат физ.-мат. наук, доцент \_\_\_\_\_  
 (ученая степень, ученое звание) (подпись)

Л.Л. Голубева  
 (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
 Декан факультета  
 доктор физ.-мат. наук, доцент \_\_\_\_\_  
 (ученая степень, ученое звание) (подпись)

С.М. Босяков  
 (И.О.Фамилия)