Класс всех Jca-разрешимых групп обозначается $\mathfrak{S}_{Jca}$, класс всех Jc-сверхразрешимых групп — $\mathfrak{U}_{Jc}$, класс всех Jca-сверхразрешимых групп — $\mathfrak{U}_{Jca}$. В случае, когда J — множество всех простых групп данные классы совпадают соответственно с отмеченными выше классами В.А. Ведерникова.

В [3] установлено, что классы $\mathfrak{S}_{Jca}$, $\mathfrak{U}_{Jc}$ и $\mathfrak{U}_{Jca}$ являются нормально наследственными композиционными формациями. В настоящей работе получено описание внутренних (максимального и минимального) композиционных экранов данных формаций. Результаты применяются при изучении произведений нормальных и обобщенно нормальных (тотально перестановочных и взаимно перестановочных) подгрупп. В частности, получен следующий результат.

Теорема. *Справедливы следующие утверждения.*

1. *Пусть группа $G = HK$, где H и K — нормальные подгруппы из G и фактор-группы G/H и G/K не имеют общих (с точностью до изоморфизма) абелевых композиционных факторов. Если H — Jc-сверхразрешимая группа, то $G^{\mathfrak{U}_{Jc}} = K^{\mathfrak{U}_{Jc}}$.*

2. *Пусть группа G есть расширение Jca-разрешимой группы с помощью A-группы и $G = HK$, где H и K — нормальные подгруппы из G. Если H — Jc-сверхразрешимая группа, то $G^{\mathfrak{U}_{Jc}} = K^{\mathfrak{U}_{Jc}}$.*

3. *Пусть группа $G = HK$, где H и K — нормальные подгруппы из G. Если K — Jca-сверхразрешимая группа, то $G^{\mathfrak{U}_{Jc}} = K^{\mathfrak{U}_{Jc}}$.*

Литература

1. Ведерников В. А. *О некоторых классах конечных групп* // Докл. АН БССР. 1988. Т. 2, № 10. С. 872–875.

2. Васильев А. Ф., Васильева Т. И. *О конечных группах, у которых главные факторы являются простыми группами* // Изв. вузов. Сер. Математика. 1997. Т. 426, № 11. С. 10–14.

3. Васильев А. Ф., Васильева Т. И. *О конечных группах с заданными свойствами главных рядов* // Междунар. науч. конф. "Дискретная математика, алгебра и их приложения". Тез. докл. Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2009. С. 12–14.

О НЕКОТОРЫХ ТОЖДЕСТВАХ НА ПОЛУГРУППАХ ЛИНЕЙНЫХ ОТНОШЕНИЙ

М.И. Наумик

Витебский государственный университет им. П. М. Машерова
Московский пр-т 33, 210015 Витебск, Беларусь
naumik@tut.by

Пусть V — левое n-мерное векторное пространство над телом F. $LR(V)$ — полугруппа линейных отношений [1]. Все другие определения и обозначения можно найти в [2, 3]. Пусть $\Gamma \subseteq LR(V)$ подполугруппа полугруппы $LR(V)$. Обозначим

$$\ker\Gamma = \bigcap_{a\in\Gamma}\ker a, \quad \mathrm{pr}_2\Gamma = \sum_{a\in\Gamma}\mathrm{pr}_2 a, \quad \mathrm{pr}_1\Gamma = \bigcap_{a\in\Gamma}\mathrm{pr}_1 a,$$

$$\mathrm{Coker}\,\Gamma = V/\mathrm{pr}_2\Gamma, \quad \mathrm{Coim}\,\Gamma = \mathrm{pr}_1\Gamma/\ker\Gamma.$$

Теорема 1. *Пусть $\Gamma \subseteq LR(V)$ — полугруппа, W_1, W_2 — непустые слова и $x \notin C(W_1W_2)$. Если $\Gamma \models xW_1 = xW_2$, то $\Gamma[\ker\Gamma + pr_2\Gamma] \models W_1 = W_2$.*

Теорема 2. *Пусть $\Gamma \subseteq LR(V)$ — полугруппа, W_1 и W_2 — непустые слова и $x \notin C(W_1W_2)$. Если $y \in C(W_1W_2)$, $y \neq x$, $\Gamma \models xW_1y = xW_2y$, то $\Gamma[(\ker\Gamma + \mathrm{pr}_2\Gamma)/\ker\Gamma] \models W_1 = W_2$.*

Литература

1. Наумик М. И. *Полугруппа линейных отношений* // Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48. № 3. С. 34–37.

2. Бирюков А. П. *Многообразия идемпотентных полугрупп* // Алгебра и логика. 1970. Т. 9. № 3. С. 255–273.

3. Коряков И. О. *Линейные полугруппы идемпотентов* // Исследования по современной алгебре. 1978. Т. 11. № 3. С. 54–96.

ОСОБЕННОСТИ СТРОЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП С НЕБОЛЬШИМИ КРАТНОСТЯМИ В РАЗЛОЖЕНИИ КВАДРАТОВ НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

С.В. Поляков

Ярославский Государственный Университет им. П. Г. Демидова
Советская 14, 150000 Ярославль, Россия
svpuniyar@yandex.ru

Введение. Рассматриваются конечные группы, у которых тензорный квадрат любого неприводимого представления раскладывается в сумму неприводимых представлений с небольшими кратностями, в частности, не больше двух. Группы, для которых указанная кратность не превосходит m, называются SM_m-группами. Полученные группы являются естественным обобщением SR [1, 2] и ASR [2, 3] групп.

Неразрешимые группы. Неразрешимые SM_m-группы обладают рядом свойств, наиболее полезное из которых показывает зависимость между степенью неприводимого представления (характера) и числом классов сопряженных элементов:

Предложение [4]. *Пусть G — неразрешимая SM_m-группа, χ — ее неприводимый характер, а $k(G)$ — число классов сопряженных элементов. Тогда $\chi(1) \leqslant mk(G) - m$.*

Для неразрешимых SM_2-групп полученные результаты сформулируем в виде теоремы:

Теорема [4, 5]. *Пусть G — неразрешимая SM_2-группа. Тогда:*

1) *Неабелевы композиционные факторы группы G изоморфны проективной специальной линейной группе $\mathrm{PSL}_2(q)$.*

2) *Если G — почти простая группа, то она изоморфна проективной линейной группе $\mathrm{PGL}_2(q)$.*

Разрешимые группы. В работах [2, 3] было доказано, что любая конечная ASR группа разрешима. Тем не менее существуют конечные разрешимые группы, у которых кратности в разложении квадратов больше единицы. Такие группы достаточно часто встречаются среди p-групп, причем наибольшая кратность всегда (для групп порядка < 1000) равна некоторой степени p^k, $k \geqslant 0$.

Можно также показать, что если G — группа Фробениуса с циклическими ядром и дополнением H, то G — SM_2-группа, если $|H| = 3$.

Литература

1. Wigner E. P. *On representations of finite groups.* // Amer. J. Math.,.1941. Vol. 63. P. 57–63.

2. Казарин Л. С. Янишевский В. В. *О конечных просто приводимых группах.* // Алгебра и анализ. 2007. Т. 19, № 6. С. 86–116.

3. Казарин Л. С. Чанков Е. И. *Конечные просто приводимые группы разрешимы.*// Математический сборник. 2010. Т. 201, № 5. С. 27–40.

4. Поляков С. В. *О тензорных квадратах неприводимых представлений конечных почти простых групп I, II.* // Моделирование и анализ информационных систем. 2011. Т. 18, № 1. С. 130–141; № 2. С. 5–17.

5. Поляков С. В. *О неразрешимых SM_2-группах.* // Современные проблемы математики и информатики. ЯрГУ им. П. Г. Демидова. Ярославль, 2010. Вып. 11, С. 14–23.