

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

30 июня 2022 г.

Регистрационный № УД – 11145/уч.

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 03	Прикладная математика (по направлениям)
	направление специальности
1-31 03 03-01 деятельность)	Прикладная математика (научно-производственная)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2013 и учебных планов № G31-173/уч., № G31и-190/уч. от 30.05.2013 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Л.Ф. Макаренко, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Е.А. Левчук, старший преподаватель кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета

РЕЦЕНЗЕНТ:

М.М. Чуйко, ведущий научный сотрудник института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета
(протокол № 14 от 10.05.2022);

Советом факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 24.05.2022)

Заведующий кафедрой
вычислительной математики



В.И. Репников

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Основы математического моделирования электромагнитных полей» – формирование у студентов навыков исследования электромагнитных явлений с использованием методов вычислительного эксперимента.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- обучение основам теории электромагнитных полей;
- ознакомление с дифференциальными задачами, используемыми при моделировании электромагнитных полей и волн;
- обучение студентов основным приближенным методам решения задач электродинамики;
- обучение студентов основам программирования на языке Python и его использованию для моделирования электромагнитных полей.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием: учебная дисциплина «Основы математического моделирования электромагнитных полей» относится к **циклу** дисциплин специализации (1-31 03 03-01 11 математическая кибернетика) компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами. Основой для изучения данной дисциплины являются такие дисциплины как: "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "Методы численного анализа", "Программирование". Данный курс связан с дисциплинами "Уравнения математической физики", "Компьютерное моделирование. Вводный курс".

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины "Основы математического моделирования электромагнитных полей" должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и прикладных задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-2. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области прикладной математики.

ПК-19. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-23. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

– основные математические модели, используемые для описания электромагнитных явлений;

– основные методы приближенного и численного решения дифференциальных задач, возникающих при моделировании электромагнитных полей;

уметь:

– реализовывать численные методы моделирования электромагнитных полей;

– применять вычислительный эксперимент для исследования электромагнитных явлений;

– использовать язык программирования Python как средство компьютерного моделирования;

владеть:

– практическими навыками научного программирования на языке Python;

– навыками использования языка программирования Python для компьютерного моделирования физических процессов и анализа данных.

Структура учебной дисциплины.

Дисциплина изучается в 5 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Основы математического моделирования электромагнитных полей» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 154 часа, в том числе 68 аудиторных часа: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов (из них 12 ч/ДО), управляемая самостоятельная работа – 4 ч (ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины – 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Математический аппарат и программное обеспечение моделирования полей

Тема 1.1 Введение. Основные понятия векторного анализа.

Вектор и его координаты. Скалярное и векторное произведения. Градиент, дивергенция и ротор. Последовательное применение оператора Гамильтона. Интегрирование векторов, Теорема Гаусса. Теорема Стокса. Теория потенциала. Криволинейные координаты. Дифференциальные векторные операторы.

Тема 1.2. Язык программирования Python и его использование для решения задач математического моделирования

Типы данных и синтаксические особенности языка Python. Функциональное, объектно-ориентированное программирование, особенности их реализации в Python. Использование и создание модулей. Работа с файлами.

Библиотека Numpy. Объект ndarray, операции над массивами. Функции линейной алгебры, решения систем линейных алгебраических уравнений и задач на собственные значения. Математические функции. Функции для работы с многочленами. Дискретные преобразования Фурье.

Раздел 2. Уравнения Максвелла. Скалярные и векторные характеристики электромагнитного поля

Тема 2.1. Уравнения Максвелла. Потенциалы электрического и магнитного поля

Характеристики электромагнитного поля. Электрические заряды и токи. Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной форме. Скалярный и векторный потенциалы. Основные законы электромагнетизма, выражаемые уравнениями Максвелла. Поля простейших систем зарядов и токов.

Тема 2.2. Численное моделирование эволюции напряженности электрического поля

Основные понятия теории разностных схем. Метод конечных разностей для простейших эволюционных уравнений. Явные и неявные схемы.

Реализация разностных схем для эволюционных уравнений в языке Python. Конечно-разностное решение простейших уравнений Максвелла с помощью языка Python. Построение графиков в языке программирования Python. Библиотека Matplotlib. Иерархия объектов в Matplotlib. Линейные графики и точечные диаграммы. Контурные диаграммы и трехмерные графики.

Раздел 3. Влияние вещества на электромагнитное поле. Граничные условия для поля

Тема 3.1. Электромагнитное поле в веществе

Уравнение непрерывности и закон сохранения заряда. Материальные уравнения и классификация сред. Проводники и диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Полярные и неполярные диэлектрики. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость.

Магнитное поле при наличии магнетиков. Намагниченность магнитного поля. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики.

Полная система уравнений электродинамики. Граничные условия электродинамики. Постановка краевых задач для потенциалов в электростатике и магнитостатике. Краевые задачи для низкочастотных электрических и магнитных полей. Теорема единственности для внутренних и внешних задач электродинамики.

Тема 3.2. Приближенные методы расчета электростатического и магнитостатического полей

Приближенные аналитические методы расчета электростатических полей. Представление потенциала в виде ряда. Метод разделения переменных для уравнения Пуассона в прямоугольнике.

Специальные функции. Функции Бесселя. Полиномы Лежандра и присоединенные функции Лежандра. Представление потенциала электрического поля в виде ряда в криволинейных координатах.

Использование специальных функций с помощью библиотеки SciPy Python.

Основные численные методы расчета электростатических и магнитостатических полей, описываемых одномерными и двумерными краевыми задачами. Метод стрельбы. Метод конечных разностей для простейших эллиптических задач. Разностная аппроксимация граничных условий и условий на границах раздела сред.

Методы расчета электростатических и магнитостатических полей, основанные на вариационном принципе. Метод Рунге. Метод Галеркина. Метод конечных элементов. Особенности программной реализации метода конечных элементов.

Метод конформных преобразований. Метод граничных элементов.

Раздел 4. Электромагнитные волны

Тема 4.1. Основные принципы теории электромагнитных волн

Переменное электромагнитное поле в вакууме. Волновое уравнение. Излучение электромагнитных волн. Уравнение для векторного и скалярного потенциала. Запаздывающие потенциалы. Разложение по мультиполям.

Интерференция, дифракция. Принцип Гюйгенса - Френеля. Распространение электромагнитных волн в диэлектриках и проводниках.

Закон сохранения энергии электромагнитного поля. Поток энергии. Вектор Умова-Пойнтинга.

Тема 4.2. Численные методы моделирования волновых процессов

Моделирование распространения электромагнитных колебаний в продольно однородных структурах. Двумерное уравнение Гельмгольца. Решение уравнения Гельмгольца в круглой и прямоугольной областях методом разделения переменных. Анализ волновых процессов в прямоугольном и круглом волноводах.

Метод конечных разностей для уравнения Гельмгольца. Приближенное решение задач на собственные значения с помощью функций библиотеки SciPy.

Раздел 5. Практическое применение моделирования электромагнитных полей

Тема 5.1. Применение моделирования электромагнитных полей в технике, биологии и медицине

Современный инструментарий моделирования электромагнитных полей.

Электромагнитная совместимость технических средств и биологических объектов. Моделирование защитных экранов при воздействии электрических полей. Постановка краевой задачи экранирования. Решение краевой задачи экранирования для сферической оболочки. Компьютерная электроструктурография. Упрощенная модель электроструктурографии. Дифференциальная модель диагностики патологий.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские (практические) занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Математический аппарат и программное обеспечение моделирования полей						
1.1	Введение. Основные понятия векторного анализа.	4					Экспресс-опрос
1.2	Язык программирования Python и его использование для решения задач математического моделирования	2			8		Экспресс-опрос, отчет по лабораторной работе
2	Уравнения Максвелла. Скалярные и векторные характеристики электромагнитного поля						
2.1	Уравнения Максвелла. Потенциалы электрического и магнитного поля	4					Экспресс-опрос, контрольная работа по темам 1.1, 2.1
2.2	Численное моделирование эволюции напряженности электрического поля				6 (ДО)		Отчет по лабораторной работе
3	Влияние вещества на электромагнитное поле. Граничные условия для поля						
3.1	Электромагнитное поле в веществе	2					Экспресс-опрос
3.2	Приближенные методы расчета электростатического и магнитостатического полей	8			10	2 (ДО)	Коллоквиум, отчет по лабораторной работе

4	Электромагнитные волны						
4.1	Основные принципы теории электромагнитных волн	4					Экспресс-опрос
4.2	Численные методы моделирования волновых процессов	4			6 (ДО)	2 (ДО)	Отчет по лабораторной работе
5	Практическое применение моделирования электромагнитных полей						
5.1	Применение моделирования электромагнитных полей в технике, биологии и медицине	6					Контрольная работа по темам 4.1, 4.2, 5.1
	Всего	34			30	4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Ерофеенко, В.Т. Математические модели в электродинамике. Ч.1 / В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская. – Минск: БГУ, 2008. – 195 с.
2. Ерофеенко, В.Т. Математические модели в электродинамике. Ч.2 / В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская. – Минск: БГУ, 2008. – 167 с.
3. Никольский, В.В. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие для студентов радиотехнических специальностей вузов / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – М.: Книжный дом "Либроком", 2013. – 542 с.
4. Вабищевич, П.Н. Численные методы. Вычислительный практикум / П.Н. Вабищевич. – М.: Либроком, 2010. – 320 с.
5. Хилл, К. Научное программирование на Python / К. Хилл. – М.: ДМК Пресс, 2021. – 646 с.

Перечень дополнительной литературы

6. Григорьев, А.Д. Методы вычислительной электродинамики / А.Д. Григорьев. – М.: Физматлит, 2013. – 430 с.
7. Ильин, В.П. Численные методы решения задач электрофизики / В.П. Ильин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 336 с.
8. Лутц, М. Python. Карманный справочник / М. Лутц. – М.: Вильямс, 2015. – 320 с.
9. Inan, U.S. Numerical electromagnetics: the FDTD method / U.S. Inan, R.A. Marshall. – Cambridge University Press, 2011. – 406 p.
10. Федоров, Н.Н. Основы электродинамики: Учеб. пособие для вузов / Н.Н. Федоров. – М.: Высш. школа, 1980. – 399 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- отчеты по лабораторным работам;
- письменные контрольные работы;
- устные экспресс-опросы;
- коллоквиум.

Лабораторные работы, как правило, представляют собой задания, включающие постановку дифференциальной задачи, описывающей заданную физическую систему, а также программную реализацию указанного

численного метода на языке программирования Python, проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по стандартной 10-балльной шкале. Оценка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам дисциплины. Они включают 4–5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной оценки контрольная работа может быть переписана.

Устный экспресс-опрос студентов проводится в свободной форме в течение лабораторных и лекционных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

Коллоквиум проводится в устной форме и оценивается по 10-балльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основы математического моделирования электромагнитных полей» учебным планом предусмотрен экзамен.

Используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

- отчеты по лабораторным работам – 50 %;
- контрольные работы – 20 %;
- коллоквиум – 20 %,
- устный экспресс-опрос – 10 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 3.2. Приближенные методы расчета электростатического и магнитостатического полей

Задание 1. Расчет распределения электростатических полей с помощью вариационных методов (2 ч/ДО)

1. Построить обобщенную формулировку задачи для расчета электростатических полей в различных системах координат.

2. Реализовать метод конечных элементов для расчета электростатического поля в неоднородных средах.

3. С помощью вычислительного эксперимента исследовать влияние параметров среды на распределение электрического поля.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Тема 4.2. Численные методы моделирования волновых процессов

Задание 2. Решение уравнения Гельмгольца с помощью метода конечных разностей (2 ч/ДО)

1. Рассмотреть уравнение Гельмгольца в различных системах координат.

2. Построить и реализовать разностную схему для численного решения уравнения Гельмгольца.

3. Провести вычислительный эксперимент по моделированию волновых процессов в прямоугольном и круглом волноводах.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется *метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Основы математического моделирования электромагнитных полей» следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, список рекомендуемой литературы,

информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Дифференциальные векторные операторы в криволинейных системах координат.
2. Характеристики электромагнитного поля.
3. Уравнения Максвелла в интегральной форме.
4. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.
5. Материальные уравнения электродинамики
6. Граничные условия электродинамики и постановка краевых задач
7. Теорема единственности для внутренних и внешних задач электродинамики.
8. Волновое уравнение и излучение электромагнитных волн.
9. Закон сохранения энергии электромагнитного поля. Поток энергии.
10. Численные методы решения задач для уравнения Пуассона. Вариационный принцип. Метод Рунге. Метод конечных элементов.
11. Численные методы решения задач для уравнения Гельмгольца. Метод конечных разностей.
12. Специальные функции. Функции Бесселя. Полиномы Лежандра и присоединенные функции Лежандра.
13. Массивы в Python, объект ndarray библиотеки Numpy.
14. Функции линейной алгебры Python, библиотеки numpy.linalg и scipy.linalg.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 14 от 10.05.2022)
2. Компьютерное моделирование. Вводный курс	Кафедра вычислительной математики	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 14 от 10.05.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на _____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
вычислительной математики (протокол №___ от _____)

Заведующий кафедрой

доцент, канд. ф.-м. н.

(степень, звание)

(подпись)

В.И. Репников

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

доцент, доктор. техн. н.

(степень, звание)

(подпись)

А.М. Недзведь

(И.О.Фамилия)