2. $\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \ x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = x_1^2, \ x_2(0) = 0, \ u = y_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \ y_1(0) = 0 \\ \dot{y}_2 = 0, \ y_2(0) = 0, \ Q = R^2 \end{cases}$ (10)

Так как $\dot{x}_2 \geqslant 0$, то система (10) не является локально регулируемой вдоль $x(t;\ 0;\ 0,\ 0;\ 0,\ 0)$.

3. $\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \ x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = x_1^3, \ x_2(0) = 0, \ u = y_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \ y_1(0) = 0 \\ \dot{y}_2 = 0, \ y_2(0) = 0, \ Q = R^2. \end{cases}$ (11)

Осуществляя построение множества $\Gamma(\beta, t, 0, 0)$ для системы (11), убеждаемся, что эта система локально регулируема вдоль $x(t;\ 0;\ 0,\ 0;\ 0,\ 0)$. Легко проверить, что для систем (10), (11) точка $y_0 = (0,\ 0)$ принадлежит ∂P.

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко В. В.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, 1976, № 2, с. 56.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов.— М., 1971.
3. Игнатенко В. В.— Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук, 1976, № 3, с. 26.
4. Голубицкий М., Гийемин В. Устойчивые отображения и их особенности.— М., 1977.

Поступила в редакцию
22.10.82.

Кафедра высшей математики

УДК 517.925

В. А. ПРОКАШЕВА

ОДНОРОДНЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА БЕЗ ПОДВИЖНЫХ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК (случай $A_0 \neq 0$)

В работе рассматривается система:

$$\begin{cases} a_0 u'^2 + a_1 u'v' + a_2 v'^2 + a_3 u^2 + a_4 uv + a_5 v^2 = 0 \\ b_0 u'^2 + b_1 u'v' + b_2 v'^2 + b_3 u^2 + b_4 uv + b_5 v^2 = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $a_k = a_k(z),\ b_k = b_k(z),\ k = \overline{0{,}5}$

Введением подстановки $u = w \cdot v$ рассмотрение системы (1) сведется к рассмотрению решений уравнения:

$$A_0(z,\ w)\, w'^6 + A_1(z,\ w)\, w'^4 + A_2(z,\ w)\, w'^2 + A_3(z,\ w) = 0, \tag{2}$$

где $A_0(z,\ w) = P\left(\frac{\partial P}{\partial w} b_0 - \frac{\partial P_1}{\partial w} a_0\right)^2 - \frac{\partial P}{\partial w}\left(\frac{\partial P}{\partial w} b_0 - \frac{\partial P_1}{\partial w} a_0\right)(Pb_0 - P_1 a_0) + a_0 (Pb_0 - P_1 a_0)^2$,

$$A_1(z,\ w) = 2P\left(\frac{\partial P}{\partial w} b_0 - \frac{\partial P_1}{\partial w} a_0\right)\left(\frac{\partial P}{\partial w} Q_{11} - \frac{\partial P_1}{\partial w} Q_{01}\right) - \frac{\partial P}{\partial w}\left(\frac{\partial P}{\partial w} b_0 - \frac{\partial P_1}{\partial w} a_0\right)(PQ_{11} - P_1 Q_{01}) - \frac{\partial P}{\partial w}\left(\frac{\partial P}{\partial w} Q_{11} - \frac{\partial P_1}{\partial w} Q_{01}\right)(Pb_0 - P_1 a_0) + Q_{01}(Pb_0 - P_1 a_0)^2 + 2a_0 (Pb_0 - P_1 a_0)(PQ_{11} - P_1 Q_{01}),$$

$$A_2(z,\ w) = P\left(\frac{\partial P}{\partial w} Q_{11} - \frac{\partial P_1}{\partial w} Q_{01}\right)^2 - \frac{\partial P}{\partial w}\left(\frac{\partial P}{\partial w} Q_{11} - \frac{\partial P_1}{\partial w} Q_{01}\right)(PQ_{11} - P_1 Q_{01}) + a_0 (PQ_{11} - P_1 Q_{01})^2 + 2Q_{01}(Pb_0 - P_1 a_0)(PQ_{11} - P_1 Q_{01}),$$

$A_3(z,\ w) = Q_{01}(PQ_{11} - P_1 Q_{01})^2$, причем $P = P(z,\ w) = a_0 w^2 + a_1 w + a_2$, $P_1 = P_1(z_1 w) = b_0 w^2 + b_1 w + b_2$, $Q_{01} = Q_{01}(z,\ w) = a_3 w^2 + a_4 w + a_5$, $Q_{11} = Q_{11}(z,\ w) = b_3 w^2 + b_4 w + b_5$.

Можно доказать, что уравнение (2) в случае $A_0 \neq 0$ представимо в виде:

$$(a_0w'^2+Q_{01})\left\{\left[\left(P\frac{\partial P_1}{\partial w}-P_1\frac{\partial P}{\partial w}\right)\left(a_0\frac{\partial P_1}{\partial w}-b_0\frac{\partial P}{\partial w}\right)+(Pb_0-P_1a_0)^2\right]w'^4+\right.$$
$$+\left[\left(P\frac{\partial P_1}{\partial w}-P_1\frac{\partial P}{\partial w}\right)\left(\frac{\partial P_1}{\partial w}Q_{01}-\frac{\partial P}{\partial w}Q_{11}\right)+2(Pb_0-P_1a_0)(PQ_{11}-PQ_{01})\right]w'^2+$$
$$\left.+(PQ_{11}-P_1Q_{01})^2\right\}=0, \tag{3}$$

т. е. распадается на два уравнения

$$a_0w'^2+Q_{01}=0, \quad (4), \quad B_0w'^4+B_2w'^2+B_4=0, \tag{5}$$

где B_0, B_2, B_4 определены в (3).

Изучим каждое из уравнений отдельно.

1. Рассмотрим уравнение (4): тогда, если:

а) $a_3=0$, $a_4=a_5=0$, то

$$w'^2=0, \text{ т. е. } w=\mathrm{const}; \tag{6$^{\mathrm{I}}$}$$

б) $a_3=0$, $a_4=0$, $a_5\neq 0$, то

$$w'^2=-\frac{a_5}{a_0}, \text{ т. е. } w=\varepsilon\int\sqrt{-\frac{a_5}{a_0}}\,dz+C_1,\ \varepsilon=\pm 1; \tag{6$^{\mathrm{II}}$}$$

в) $a_3=0$, $a_4\neq 0$, $a_5\neq 0$, то

$$w'^2=-\frac{a_4}{a_0}\left(w+\frac{a_5}{a_4}\right), \tag{6$^{\mathrm{III}}$}$$

необходимо, чтобы $\frac{a_5}{a_4}=\mathrm{const}$, тогда

$$w=\frac{1}{4}\left(\int\sqrt{-\frac{a_4}{a_0}}\,dz+C_1\right)^2-\frac{a_5}{a_4};$$

г) $a_3=a_5=0$, $a_4\neq 0$, то

$$a_0w'^2+a_4w=0, \tag{6$^{\mathrm{IV}}$}$$

$$w=\frac{1}{4}\left(\int\sqrt{-\frac{a_4}{a_0}}\,dz+C_1\right)^2.$$

д) $a_3\neq 0$. Уравнение (4) запишем в виде

$$w'^2=-\frac{a_3}{a_0}\left[w^2+\frac{a_4}{a_3}w+\frac{a_5}{a_3}\right]. \tag{7}$$

В силу [2] $\frac{a_4}{a_3}=\mathrm{const}$, $\frac{a_5}{a_3}=\mathrm{const}$, отсюда

$$w=\frac{C_1}{2}\cdot e^{\int\sqrt{-\frac{a_3}{a_0}}dz}-\left(\frac{a_5}{a_3}-\frac{a_4^2}{4a_3^2}\right)\frac{1}{2C_1}e^{\int\sqrt{-\frac{a_3}{a_0}}dz}-\frac{a_4}{2a_3}, \tag{8}$$

$C_1=\mathrm{const}$, т. е. в решении нет подвижных критических точек (п. к. т.)

е) $a_3\neq 0$. Уравнение (4) можно записать в виде

$$(w'+aw+b)(w'+\alpha w+\beta)=c,\ c\neq 0. \tag{9}$$

Обозначив $w'+aw+b=\lambda(z)$, $\lambda\neq 0$,

$$w'+\alpha w+\beta=c\lambda^{-1}. \tag{10}$$

Из системы (10) запишем:

$$w=\frac{\lambda^2-\lambda(b-\beta)-c}{(a-\alpha)\lambda} \quad (11), \quad w'=\frac{\alpha\lambda^2+(\beta a-\alpha b)\lambda-ac}{(\alpha-a)\lambda}. \tag{12}$$

Из (11) и (12) имеем уравнение Абеля относительно $\lambda(z)$ [3]

$$(\lambda^2+c)\frac{d\lambda}{dz}=\lambda(M\lambda^2+N\lambda+P). \tag{13}$$

Чтобы решение уравнения (13) не содержало п. к. т. необходимо, чтобы $N\equiv 0$, $P-CM\equiv 0$, где $M=\frac{(a-\alpha)'}{a-\alpha}-\alpha$, $N=\left(\frac{b-\beta}{a-\alpha}\right)'(a-\alpha)+b\alpha-a\beta$, $P=\left(\frac{c}{a-\alpha}\right)'(a-\alpha)+ac$. Тогда $\frac{b}{a}=C_1$, $a=-\alpha=\varepsilon\sqrt{-\frac{a_3}{a_0}}$,

$$b=-\beta=-\varepsilon\frac{a_4}{2\sqrt{-a_0a_3}},\quad c=-\frac{4a_3C_2}{a_0},\quad a_4^2=-4a_3(ca_0+a_5). \tag{14}$$

С учетом (14) из (13)

$$\lambda=C_3\sqrt{-\frac{a_3}{a_0}}\cdot e^{\varepsilon\int\sqrt{-\frac{a_3}{a_0}}dz},\quad C_1,\ C_2,\ C_3 - \text{const} \tag{15}$$

Из вышеизложенного следует

Теорема 1. Если выполнено одно из условий $(6^{\text{I}})-(6^{\text{IV}})$, (8), (14), то уравнение (4) не содержит п. к. т. и интегрируется в квадратурах.

2. Рассмотрим уравнение (5), здесь

$$B_0=\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_2b_2\end{vmatrix}^2-\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_1b_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_2b_2\end{vmatrix}=B_0(z)\neq 0.$$

Продифференцировав уравнение (5), в силу его решений имеем:

$$w''=\frac{B_0\dfrac{\partial\left(\frac{B_2}{B_0}\right)}{\partial z}w'^3+\left(\dfrac{\partial B_4}{\partial w}-\dfrac{B_2}{B_0}\dfrac{\partial B_2}{\partial w}\right)w'^2+B_0\dfrac{\partial\left(\frac{B_4}{B_0}\right)}{\partial z}w'-\dfrac{B_4}{B_0}\cdot\dfrac{\partial B_2}{\partial w}}{2\,(B_2w'^2+2B_4)}. \tag{16}$$

Необходимыми условиями в случае $B_2\neq 0$ являются:

$$\frac{\partial\left(\frac{B_4}{B_0}\right)}{\partial z}=0,\quad \frac{B_4}{B_2}\frac{\partial\left(\frac{B_2}{B_0}\right)}{\partial z}=0,\quad \frac{B_4}{B_2}\left(\frac{\partial B_4}{\partial w}-\frac{B_2}{B_0}\frac{\partial B_2}{\partial w}\right)=0,\quad \frac{B_4}{B_0}\frac{\partial B_2}{\partial w}=0.$$

Это означает, либо

$$B_4=0\ (16'),\ \text{либо}\ \frac{B_2}{B_0}=\alpha,\quad \frac{B_4}{B_0}=\beta;\ \alpha,\ \beta=\text{const}. \tag{16''}$$

Изучим соотношение коэффициентов для каждого случая уравнения (5).

а) $B_2\neq 0$, $B_4\equiv 0$, тогда

$$B_0w'^4+B_2w'^2=0. \tag{17}$$

Уравнение (17) распадается на два уравнения: $w'^2=0$ и $w'^2=-B_2/B_0$; первое уравнение в решении не содержит п. к. т.; второе уравнение перепишем в виде

$$\begin{aligned}w'^2=-\frac{1}{B_0}\Bigg(&2\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_4b_4\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_1b_1\end{vmatrix}w^4+\left[4\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_1b_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_5b_5\end{vmatrix}-\right.\\&\left.-\begin{vmatrix}a_2b_2\\a_3b_3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_1b_1\end{vmatrix}\right]w^3+\left[2\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_4b_4\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_2b_2\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_2b_2\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_5b_5\end{vmatrix}-\right.\\&\left.-2\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_2b_2\\a_3b_3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_1b_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_5b_5\end{vmatrix}\right]w^2+\left[\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_5b_5\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_2b_2\\a_3b_3\end{vmatrix}+\right.\\&\left.+2\begin{vmatrix}a_0b_0\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_5b_5\end{vmatrix}\right]w+\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_2b_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a_1b_1\\a_5b_5\end{vmatrix}\Bigg).\end{aligned} \tag{18}$$

Для того чтобы уравнение (18) не содержало п. к. т., необходимо, чтобы оно было представимо в одном из следующих видов [2]:

$$w'^2=A(z)(w-\alpha_1)^2(w-\alpha_2)(w-\alpha_3), \tag{19}$$

$$w'^2=A(z)(w-\alpha_1)(w-\alpha_2)(w-\alpha_3)(w-\alpha_4), \tag{20}$$

$$w'=B(z)(w-\alpha_1)(w-\alpha_2), \tag{21}$$

причем выполнены условия:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} = 0,\\
&\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} = 0\\
&\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} = 0\\
&\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} = 0\\
&\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} = 0
\end{aligned}
\right. \tag{22}
$$

б) $B_2 \neq 0$, $B_2 = \alpha B_0$, $B_4 = \beta B_0$, тогда уравнение (5) запишется в виде:

$$
w'^4 + \alpha w'^2 + \beta = 0. \tag{23}
$$

Из (23) находим $w = \varepsilon \int \sqrt{\frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2}}\, dz + C_1$, C_1 — const.

Замечание. В случае $B_2 \neq 0$, $B_4 \equiv 0$ B_2 не может быть функцией только от z.

в) $B_2 \equiv 0$, $B_4 \neq 0$, тогда $w'^4 = -B_4/B_0$, где $B_4 = (PQ_{11} - P_1Q_{01})^2$ — многочлен восьмой степени относительно w. Можно записать

$$
w'^2 = \varepsilon \frac{PQ_{11} - P_1Q_{01}}{\sqrt{-B_0}} \tag{24}
$$

Приравнивая правые части уравнения (24) и поочередно (19) — (21), получим соответственно системы для определения α_i.

$$
\left\{
\begin{aligned}
&-2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 = \left(\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} \right) \mu,\\
&\alpha_1^2 + 2\alpha_1(\alpha_2 + \alpha_3) + \alpha_2\alpha_3 = \left(\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \right) \mu,\\
&-\alpha_1(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + 2\alpha_2\alpha_3) = \left(\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \right) \mu,\\
&\alpha_1^2\alpha_2\alpha_3 = \begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \cdot \mu, \quad \text{где} \quad \mu = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_3b_3 \end{vmatrix}}, \qquad A = \frac{\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_3b_3 \end{vmatrix}}{\varepsilon \sqrt{-B_0}}.
\end{aligned}
\right. \tag{25}
$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
&-(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) = \left(\begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} \right) \cdot \mu,\\
&\alpha_1\alpha_2 + (\alpha_3 + \alpha_4)(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_3\alpha_4 = \left(\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_3b_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_0b_0 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \right) \cdot \mu,\\
&-[\alpha_1\alpha_2(\alpha_3 + \alpha_4) + \alpha_3\alpha_4(\alpha_1 + \alpha_2)] = \left(\begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_4b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \right) \cdot \mu,\\
&\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = \begin{vmatrix} a_2b_2 \\ a_5b_5 \end{vmatrix} \cdot \mu.
\end{aligned}
\right. \tag{26}
$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\alpha_1+\alpha_2=-\frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix}a_0b_0\\ a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_1b_1\\ a_3b_3\end{vmatrix}\right)\mu,\\
&\alpha_1\alpha_2=\varepsilon\sqrt{\begin{vmatrix}a_2b_2\\ a_5b_5\end{vmatrix}}\,\mu,\\
&\begin{vmatrix}a_2b_2\\ a_3b_3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_1b_1\\ a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_0b_0\\ a_5b_5\end{vmatrix}=\frac{1}{4}\left(\begin{vmatrix}a_0b_0\\ a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_1b_1\\ a_3b_3\end{vmatrix}\right)^2\mu+2\varepsilon\sqrt{\begin{vmatrix}a_2b_2\\ a_5b_5\end{vmatrix}}\,\mu^{-1}\\
&\begin{vmatrix}a_2b_2\\ a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_1b_1\\ a_5b_5\end{vmatrix}=\varepsilon\left(\begin{vmatrix}a_0b_0\\ a_4b_4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a_1b_1\\ a_3b_5\end{vmatrix}\right)\cdot\mu\sqrt{\begin{vmatrix}a_2b_2\\ a_5b_5\end{vmatrix}}\cdot\mu\,.
\end{aligned}
\right. \tag{27}
$$

Здесь $B=\varepsilon\sqrt{A}$.

Уравнения (19)—(21) исследовались Брио и Буке, их решения не содержат п. к. т. [3].

Замечание. В случае $B_2=0$, $B_4=0$ уравнение (5) примет вид $w'^4=0$, т. е. не содержит п. к. т.

Итак, получаем следующую теорему.

Теорема 2. Пусть выполнено одно из условий (25)—(27), (16) и (22), (16″). Тогда уравнение (5) не имеет п. к. т.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения.— Харьков, 1939.
2. Голубев В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений.— М.— Л., 1950.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, изд. 5-е.— М., 1976.

Поступила в редакцию
27.10.82.

Кафедра дифференциальных уравнений

УДК 519.1

М. М. КОВАЛЕВ, Н. Н. ПИСАРУК

НЕЗАВИСИМЫЕ ПОТОКИ И ПОЛИМАТРОИДЫ

Метод построения матроидов, индуцированных путями в графах, является центральным для проблем теории трансверсалей (см. [1]). В настоящей заметке этот метод обобщается на полиматроиды и применяется для решения задачи Фуджишэж [2] о максимальных независимых потоках. Отсутствующие здесь определения из теории полиматроидов можно найти в [3].

Пусть V_1, $V_2 \subseteq V$ — множества источников и стоков орграфа $G=(V, E)$. Независимым потоком называется вектор $x \in Z^E$, удовлетворяющий ограничениям

$$0 \leqslant x \leqslant d, \ (1), \quad x(E_i^+)-x(E_i^-)=0, \ i \in V \setminus (V_1 \cup V_2), \tag{2}$$

$$0 \leqslant u(S) \leqslant R_1(S), \ S \in 2^{V_1}, \ (3), \quad 0 \leqslant v(S) \leqslant R_2(S), \ S \in 2^{V_2}, \tag{4}$$

где d — вектор пропускных способностей, $u_i = x(E_i^+)-x(E_i^-)$, $v_i = x(E_i^-)-x(E_i^+)$, R_k — субмодулярные неубывающие неотрицательные функции на 2^{V_k}, символ 2^V означает семейство всех подмножеств множества V. Известно, что ограничения (3) и (4) задают полиматроиды, обозначаем их соответственно P_1 и P_2. Предполагаем, что функции R_k принимают целые значения и термин полиматроид употребляем также для обозначения множества, образованного пересечением P_k и решеткой целочисленных векторов.

1. Индуцированные полиматроиды. Дополним орграф источником s, стоком t и множеством дуг (s, i), $i \in V_1$; (j, t), $j \in V_2$. Новый орграф обозначим G^*. Пропускные способности новых дуг равны ∞, а старых не