Теорема. *Пусть H — подгруппа конечного индекса группы $BS(p,q)$, изоморфная H_m, и $\varphi\colon H \to \mathbb{GL}_n(\mathbb{C})$ — неприводимое представление. Тогда существуют натуральное число $l \perp pq$, которое не делит $q^{km}-p^{km}$ при $k=1,2,\dots,n-1$ и делит $q^{nm}-p^{nm}$, натуральное число s такое, что $q \equiv ps \mod l$, $c_1,c_2,\dots,c_n \in \mathbb{C}\setminus\{0\}$ и примитивный корень μ из 1 степени l, такие что что в подходящем базисе $\varphi(a_i)=\mathbf{A_i}$ при $i=1,2,\dots,m$ и $\varphi(d)=\mathbf{D}$. Других неприводимых представлений нет.*

Работа поддержана грантами РФФИ № 10-01-00391, 12-01-90006-Бел_а и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт № 14.740.11.1510).

Литература

1. Baumslag G. , Solitar D. *Some two-generator one-relator non-hopfian groups* // Bull. AMS. 1962. Vol. 68, N 3. P. 199–201.

2. McLaury D. *Irreducible Representations of Baumslag — Solitar Groups* // Submitted; arXiv: 1112. 3952, 2011.

3. Dudkin F. A. *Subgroups of finite index in Baumslag — Solitar groups* // Algebra and Logic. 2010. Vol. 49, No. 3. P. 221–232.

О НЕПРИВОДИМЫХ КРАТНО ЧАСТИЧНО КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЯХ ДЕФЕКТА 2

П.А. Жизневский[1], В.Г. Сафонов[2]

[1] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
Советская 104, 246000 Гомель, Беларусь
pzhiznevsky@yahoo.com
[2] Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
safonov@minedu.unibel.by

Все рассматриваемые группы конечны. Используются определения и обозначения, принятые в работах [1–3]. Напомним некоторые из них.

Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ — непустые n-кратно ω-композиционные формации и $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$. Тогда через $\mathfrak{F}/^{\omega}_{n}\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ обозначается такая подрешетка решетки c^{ω}_{n} всех n-кратно ω-композиционных формаций, которая состоит из всех n-кратно ω-композиционных формаций, заключенных между $\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$. Длину решетки $\mathfrak{F}/^{\omega}_{n}\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ (конечную или бесконечную) называют $\mathfrak{H}^{\omega}_{n}$-дефектом формации $\mathfrak{F}$. Непустую формацию $\mathfrak{F}$ называют неприводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c^{ω}_{n}-неприводимой формацией), если $\vee^{\omega}_{n}(\mathfrak{X}_i \mid i\in I)\subset\mathfrak{F}$, где $\{\mathfrak{X}_i | i\in I\}$ — набор всех собственных n-кратно ω-композиционных подформаций из $\mathfrak{F}$. В противном случае формацию $\mathfrak{F}$ называют приводимой n-кратно ω-композиционной формацией (или, иначе, c^{ω}_{n}-приводимой формацией). Формационно критическая группа $G\in\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{H}^{\omega}_{n}$-базисной, если у формации $c^{\omega}_{n}\mathrm{form}\, G$ имеется лишь единственная максимальная c^{ω}_{n}-подформация, которая содержится в $\mathfrak{H}$.

В работе [4] получено описание приводимых τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций $\mathfrak{H}^{\omega}_{n}$-дефекта $\leqslant 2$, а в работе [5] описаны неприводимые ω-композиционные формации $\mathfrak{H}_{\omega}$-дефекта 2, где $\mathfrak{H}$ — некоторая непустая нильпотентная насыщенная формация. Указанные результаты, а также полученная нами теорема 1, дают полное решение проблемы 6 из [1]: описать такие n-кратно ω-композиционные формации $\mathfrak{F}$, для которых длина решетки $\mathfrak{F}/^{\omega}_{n}\mathfrak{F}\cap\mathfrak{N}$ не превосходит 2, где $\mathfrak{N}$ — формация всех нильпотентных групп.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{H}$ — непустая нильпотентная насыщенная формация. Тогда и только тогда c_n^ω-неприводимая формация $\mathfrak{F}$ имеет $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефект 2 ($n \geqslant 2$), когда $\mathfrak{F} = c_n^\omega form G$, где G — такая монолитическая группа с цоколем P, что выполняется одно из следующих условий:*

1) $\pi(\mathrm{Com}(P)) \cap \omega = \varnothing$, $P = G^{\mathfrak{M}}$, *группа G является $\mathfrak{M}_{\mathfrak{n}-1}^\omega$-базисной, где $\mathfrak{M} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}) \vee_{\mathfrak{n}}^\omega \mathfrak{c}_{\mathfrak{n}}^\omega form(\mathfrak{G}/\mathfrak{P})$, а формация $c_n^\omega form(G/P)$ имеет $\mathfrak{H}_{\mathfrak{n}}^\omega$-дефект 1;*

2) $G = [P]H$, *где P — абелева p-группа, $p \in \omega \setminus \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{H}))$, $P \nsubseteq \Phi(G)$ и H — группа простого порядка q, где $q \in \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{H}))$;*

3) $G = [P]H$, *где P — абелева p-группа, $p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{H}))$, $P \nsubseteq \Phi(G)$, а H — группа, удовлетворяющая одному из следующих условий:*

3.1) *монолитическая группа с нефраттиниевым цоколем $Q = H^{\mathfrak{H}}$ таким, что $\pi(\mathrm{Com}(Q)) \cap \omega = \varnothing$ и $H/Q \in \mathfrak{N}_p$;*

3.2) *циклическая примарная группа порядка q^2, где $q \notin \omega$, $q \in \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{H}))$ и $q \neq p$;*

3.3) *неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q, где $q \notin \omega$, $q \in \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{H}))$ и $q \neq p$.*

Литература

1. Скиба А. Н., Шеметков Л. А. *Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп* // Укр. мат. ж. 2000. Т. 52, № 6. С. 783–797.

2. Скиба А. Н. *Алгебра формаций.* Мн.: Беларуская навука, 1997.

3. Скиба А. Н., Шеметков Л. А. *Формации алгебраических систем.* М.: Наука, 1989.

4. Жизневский П. А. *О $c_{\omega_n}^\tau$-приводимых формациях $\mathfrak{H}_{\omega_n}^\tau$-дефекта $\leqslant 2$* // Вест. Гродненского гос. ун-та им. Я. Купалы. Сер. 1. 2011. № 3 (118). С. 5–19.

5. Жизневский П. А., Сафонов В. Г. *О c_ω-неприводимых формациях $\mathfrak{H}_\omega$-дефекта 2* // Изв. Гомельского гос. ун-та. 2011. № 4 (67). С. 49–54.

О НЕЛОКАЛЬНЫХ ω-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССАХ ЛОКЕТТА, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА

Е.Н. Залесская

Витебский государственный университет им. П. М. Машерова
Московский пр-т 33, 210038 Витебск, Беларусь
alenushka0404@mail.ru

В настоящей работе рассматриваются только конечные группы.

Решение многих задач описания строения классов Фиттинга и их классификации связано с применением операторов Локетта “ * ” и “ $_*$ ” [1]. Напомним, что каждому непустому классу Фиттинга $\mathfrak{F}$ Локетт [1] сопоставляет класс $\mathfrak{F}^*$, который определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathfrak{F}$, такой, что для все групп G и H справедливо равенство $(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}$, и класс $\mathfrak{F}_*$ как пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, для которых $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{F}^*$. Класс Фиттинга называют классом Локетта [1], если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$.

Заметим, что семейство классов Локетта обширно: оно содержит наследственные и обобщенно наследственные классы Фиттинга (классы Фишера), а так же классы Фиттинга, замкнутые относительно гомоморфных образов или конечных подпрямых произведений (в частности, формации Фиттинга).

Напомним, что непустой класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется нормальным, если $\mathfrak{F}$-радикал $G_{\mathfrak{F}}$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой G для любой группы G.

Как установлено [1], для любого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ справедливы включения: $\mathfrak{F}_* \subseteq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{F}^*$ и $\mathfrak{F}_* \subseteq \mathfrak{F} \cap \mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{F}^*$, где $\mathfrak{X}$ — некоторый нормальный класс Фиттинга. В связи с этим Локеттом была сформулирована следующая проблема, которая в настоящее время известна как