

Можно показать [5], что минимальное значение  $\sigma_y^2$  в выражении (3) при условии  $\sum_{i=1}^N t_i = T$  достигается, когда

$$t_i = \frac{T k_i^{\frac{1}{2}}}{\sum_{j=1}^N k_j^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

Выражение (5) определяет значения  $t_i$ , соответствующие минимальной ошибке  $\sigma_y$ .

Однако в большинстве случаев до измерений задается не общее время измерений  $T$ , а значение  $\sigma_y$  среднеквадратичной ошибки величины  $Y$ .

Учитывая это, подставим (5) в (3) и определим общее время измерений  $T$ , необходимое для получения заданного значения  $\sigma_y$ .

$$T = \left( \frac{\sum_{i=1}^N k_i^{\frac{1}{2}}}{\sigma_y} \right)^2 = \sigma_y^{-2} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right| \sqrt{x_i} \quad (6)$$

Соответственно, с учетом (5):

$$t_i = \frac{k_i^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^N k_j^{\frac{1}{2}}}{\sigma_y^2} = \sigma_y^{-2} \sqrt{x_i} \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right| \left[ \sum_{j=1}^N \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_j} \right| \sqrt{x_j} \right]^{-1} \quad (7)$$

Полученные выражения (6) и (7) позволяют определить оптимальные значения  $t_i$  и общее время измерений  $T$ , если задано значение  $\sigma_y$ , что и решает задачу оптимального планирования предполагаемых измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шаховский Н. М., Ефимов Ю. С.— Изв. Крымской астрофиз. обсерватории, 1976, т. 54, с. 99.
2. Clandins M., Florentin-Nielsen R.— Astron. Astrophys., 1981, v. 100, p. 186.
3. Границкий Л. В., Букач А. Б., Букач Н. И. О возможности получения с заданной ошибкой фотоэлектрической информации.— Рукопись деп. в ВИННИТИ. № 4245-80. Деп. от 02.08.80.
4. Худсон Д. Статистика для физиков.— М., 1967, с. 61.
5. Даффин Р. Геометрическое программирование.— М., 1971.

Поступила в редакцию  
25.05.83

Кафедра общей физики

УДК 537.312.8

В. И. ПАВЛОВ, Г. Л. БЫЧКОВ, А. К. БОГУШ

#### МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$

В твердых растворах  $\text{La}_{1-x}\text{Me}_x\text{MnO}_3$ , где  $\text{Me}^{2+} = \text{Ca}, \text{Sr}, \text{Ba}, \text{Pb}$ , при  $x = 0,2$  имеет место переход антиферромагнетик — ферромагнетик [1], связанный, согласно [2], с кристаллоструктурным фазовым переходом. В  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$  в области перехода обнаружено смешанное ферроантиферромагнитное состояние. В работе [3] это смешанное магнитное состояние объясняется наличием ферронов, увеличение концентрации которых и приводит к переходу в ферромагнитное состояние. Все это указывает на сложный характер концентрационного магнитного фазового перехода в манганитах со структурой перовскита.

С целью детального изучения этого перехода в манганитах со структурой перовскита измерено магнитосопротивление поликристаллических

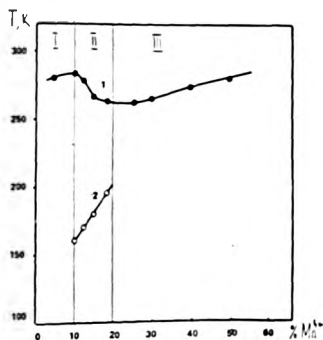
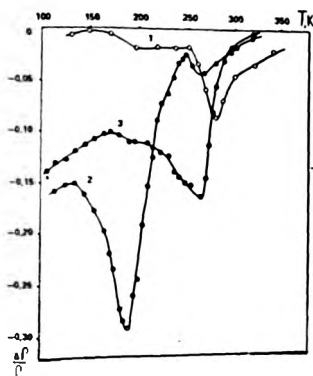


Рис. 1. Температурная зависимость магнитосопротивления:  
 1 —  $\text{La}_{0,95}\text{Ca}_{0,05}\text{MnO}_3$ ; 2 —  $\text{La}_{0,875}\text{Ca}_{0,125}\text{MnO}_3$ ; 3 —  $\text{La}_{0,70}\text{Ca}_{0,30}\text{MnO}_3$

Рис. 2. Зависимость температуры максимумов магнитосопротивления от содержания ионов  $\text{Mn}^{4+}$  в  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$

образцов  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$  в области температур 100—400 К в магнитном поле  $7,2 \cdot 10^5$  А/м. Магнитосопротивление образцов с  $x$  от 0 до 0,5 отрицательно, не зависит от взаимной ориентации магнитного поля и электрического тока и становится существенным (порядка 15—20 %) при появлении ферромагнитного состояния.

При температуре Кюри (250—300 К) во всех образцах наблюдается максимум отрицательного магнитосопротивления (рис. 1). Дальнейшее поведение магнитосопротивления при понижении температуры образцов с различной концентрацией ионов  $\text{Mn}^{4+}$  неоднозначно.

В образцах, содержащих до 10 % ионов  $\text{Mn}^{4+}$ , оно незначительно и слабо зависит от температуры (см. рис. 1, кривая 1). При концентрации ионов  $\text{Mn}^{4+}$  10—20 % обнаружен второй максимум в районе температуры 150 К, достигающий по величине 30 % (см. рис. 1, кривая 2); при содержании ионов  $\text{Mn}^{4+}$  от 20 до 50 % магнитосопротивление с понижением температуры увеличивается почти линейно (см. рис. 1, кривая 3).

На рис. 2 приведена зависимость температуры максимумов магнитосопротивления от концентрации ионов  $\text{Mn}^{4+}$ . Здесь выделены три концентрационные области с различной температурной зависимостью магнитосопротивления; объяснить существование этих областей можно следующим образом.

Появление ферромагнетизма в твердых растворах  $\text{La}_{1-x}\text{Me}_x\text{MnO}_3$  может быть обусловлено двумя причинами: изотропным косвенным взаимодействием между ионами  $\text{Mn}^{3+}$  и взаимодействием типа «двойного обмена» между ионами  $\text{Mn}^{3+}$  и  $\text{Mn}^{4+}$ . Причем изотропное взаимодействие между ионами  $\text{Mn}^{3+}$  является основным, а взаимодействие типа «двойного обмена» добавочным, повышающим температуру Кюри [4]. Неодинаковая зависимость от температуры этих двух типов косвенного ферромагнитного взаимодействия приводит к сложному характеру магнитного перехода ферромагнетик — парамагнетик в нестехиометрическом манганите лантана  $\text{LaMnO}_{3+\lambda}$  [5]. Наличие двух максимумов на температурной зависимости магнитосопротивления ферромагнитного манганита лантана отражает факт существования двух магнитных фазовых переходов [5]. Первый из них обусловлен исчезновением изотропного ферромагнитного взаимодействия между ионами  $\text{Mn}^{3+}$ , второй — ферромагнитного взаимодействия типа «двойного обмена». Локализация возле примесных центров (вакансий по лантану и марганцу) ионов  $\text{Mn}^{4+}$  при-

водит к образованию при достаточно низких температурах ферромагнитных примесных кластеров (ФПК). В температурном интервале между максимумами магнитосопротивления реализуется магнитное состояние, для которого ферромагнитное взаимодействие типа «двойного обмена» сосредоточено только внутри ФПК, а основная матрица парамагнитна.

Аналогично можно объяснить наличие двух максимумов на температурной зависимости магнитосопротивления  $La_{1-x}Ca_xMnO_3$  в интервале 10—20 % ионов  $Mn^{4+}$  (рис. 2, II область). Здесь примесными центрами, возле которых локализуются ионы  $Mn^{4+}$  и образуются ФПК, являются ионы  $Ca^{2+}$ .

Образцы из первой концентрационной области (0—10 %  $Mn^{4+}$ ) (см. рис. 2) — антиферромагнетики с точкой Нееля 100 К. Максимум на их температурной зависимости магнитосопротивления в районе 300 К указывает на то, что ФПК образуются уже при этих концентрациях ионов  $Mn^{4+}$ . Реализуется магнитное состояние, когда при температурах ниже точки Нееля в антиферромагнитной матрице находятся ФПК. Их концентрация мала, однако они обуславливают наличие в этих образцах слабого ферромагнетизма. Второй максимум на температурной зависимости магнитосопротивления при температуре 150 К (рис. 2, II область) появляется, когда имеет место, в результате изменения кристаллической структуры и появления динамического эффекта Яна-Теллера, изотропное ферромагнитное взаимодействие между ионами  $Mn^{3+}$  [2]. В данном концентрационном интервале магнитное состояние аналогично магнитному состоянию ферромагнитного нестехиометрического манганита лантана [5]. В температурной области между максимумами в парамагнитной матрице находятся не взаимодействующие между собой ФПК. Когда их концентрация становится достаточной для того, чтобы они начали взаимодействовать (20 %  $Mn^{4+}$ , рис. 2, III область), ферромагнитное взаимодействие типа «двойного обмена» распространяется на весь кристалл в целом. Накладываясь на изотропное взаимодействие, оно образует суммарное косвенное ферромагнитное взаимодействие с температурой Кюри 300 К, что и отражает наличие одного максимума на температурной зависимости магнитосопротивления для образцов из этого концентрационного интервала.

1. Jonker G. H., Van Santen J. H.— *Physica*, 1950, v. 16, № 3, p. 337.
2. Гудина Ф. Дж., Уолд А., Арнот Р., Менюк Н.— В кн.: Теория ферромагнетизма металлов и сплавов / Под ред. С. В. Вонсовского. М., 1963, с. 161.
3. Нагаев Э. Л. Физика магнитных полупроводников.— М., 1979.
4. Метфессель З., Маттис Д. Магнитные полупроводники.— М., 1972.
5. Павлов В. И., Богущ А. К., Лашков Е. С., Балыко Л. В.— ФТТ, 1982, т. 24, № 1, с. 270.

Поступила в редакцию  
12 02 82.

МГПИ имени А. М. Горького

УДК 517.926.4

С. А. МАЗАНИК

## О НЕКОТОРЫХ ИНВАРИАНТАХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

1. Обозначим через  $L$  группу матриц Ляпунова (см. [1]), через  $L_1$  — группу постоянных невырожденных матриц. Рассмотрим две линейные дифференциальные системы

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \quad (1), \quad \frac{dy}{dt} = B(t)y, \quad (2)$$

где  $A(t)$  и  $B(t)$  — матрицы размерности  $n \times n$ , элементами которых являются локально-интегрируемые на  $[0 + \infty[$  функции.