

# СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИМИТАЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

## STOCHASTIC MODEL FOR SIMULATING TIME SERIES OF METEOROLOGICAL ELEMENTS

**А. А. Бутько<sup>1</sup>, И. А. Курюхин<sup>1</sup>, В. А. Пашинский<sup>1</sup>, О. И. Родькин<sup>2</sup>  
А. А. Butsko<sup>1</sup>, A. A. Kirukhin<sup>1</sup>, V. A. Pashynski<sup>1</sup>, A. I. Rodzkin<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ,  
г. Минск, Республика Беларусь, butko\_andrei@mail.ru

<sup>1</sup>Belarusian State University, ISEI BSU, Minsk, Republic of Belarus

<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь,  
aleh.rodzkin@rambler.ru

<sup>2</sup>Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

В статье представлены результаты разработки стохастической модели имитации временных метеорологических рядов (стохастический генератор погоды). Моделирование искусственных метеорологических рядов с дискретностью в одни сутки выполнено на основании метода Монте-Карло по следующим элементам: максимальная и минимальная температура воздуха, солнечная радиация, скорость ветра, относительная влажность воздуха, количество и интенсивность атмосферных осадков. При разработке стохастической модели использовались приземные сетевые наблюдения ГУ «Республиканский гидрометеорологический центр» по ОМН Минск ( $\varphi = 53,92^\circ$ ,  $\lambda = 27,63^\circ$ ), полученные за период с 2000-2020 гг. Полученные имитируемые метеорологические ряды статистически идентичны фактическим рядам.

The article presents the results of the development of a stochastic model for simulating time meteorological series (stochastic weather generator). Modeling of artificial meteorological series with a discreteness of one day is performed on the basis of the Monte Carlo method for the following elements: maximum and minimum air temperature, solar radiation, wind speed, relative humidity, amount and intensity of precipitation. When developing the stochastic model, the ground-level network observations of the State Institution «Republican Hydrometeorological Center» for the Minsk OMN ( $\varphi = 53.92^\circ$ ,  $\lambda = 27.63^\circ$ ) obtained for the period from 2000-2020 were used. The resulting simulated meteorological series are statistically identical to the actual series.

*Ключевые слова:* погода, температура воздуха, солнечная радиация, скорость ветра, относительная влажность воздуха, количество и интенсивность атмосферных осадков, имитационная модель.

*Keywords:* weather, temperature, solar radiation, wind speed, precipitation, maximum half-hour rain, relative humidity, simulation model.

<https://doi.org/10.46646/SAKH-2021-2-293-296>

Среди современных математических методов моделирования используют стохастико-детерминистические модели, которые строятся на основе математически выраженных закономерностей, описывающих физико-химические процессы в объекте моделирования и вероятностных представлений о процессах в объекте исследований и позволяющих моделировать его поведение путем вычисления функций распределения вероятности переменных, характеризующих исследуемые свойства [1].

В качестве стохастического компонента стохастико-детерминистических моделей используется стохастический генератор для моделирования искусственных метеорологических рядов с заданными статистическими характеристиками, имитирующие наблюдаемые ряды, а также обеспечения моделирования погоды на территории не освещенных данными метеорологических и гидрологических наблюдений [2].

При разработке стохастической модели использовались приземные сетевые наблюдения ГУ «Республиканский гидрометеорологический центр» по ОМН Минск ( $\varphi = 53,92^\circ$ ,  $\lambda = 27,63^\circ$ ) полученные за период 2000-2020 гг., по следующим метеорологическим элементам: суточная максимальная и минимальная температура воздуха на высоте 2 м над уровнем земной поверхности; суточное количество суммарной солнечной радиации на высоте 2 м над уровнем земной поверхности, суточное количество атмосферных осадков, интенсивность атмосферных осадков в теплый период, среднесуточная скорость ветра на высоте 10 м над уровнем земной поверхности, среднесуточная относительная влажность воздуха на высоте 2 м над уровнем земной поверхности.

Стохастический компонент генерации осадков представляет собой гамма-модель цепи Маркова. Возникновение осадков моделируется дискретным Марковским процессом с двумя состояниями первого порядка (сутки с осадками/сутки без осадков). Сутки с осадками определяется как сутки с наличием осадков от 0,1 мм и более.

Марковский процесс первого порядка позволяет определить вероятность выпадения осадков в  $i$ -ые сутки в зависимости от наличия или отсутствия выпадения осадков в предшествующие сутки  $i-1$ .

Так,  $P_i(w/w)$  вероятность суток с осадками в  $i$ -ые и предшествующие сутки  $i-1$ , а  $P_i(w/d)$  вероятность суток с осадками в  $i$ -ые сутки при отсутствия осадков в предшествующие сутки  $i-1$ . Последующие вероятности перехода могут быть получены как [3]:

$$P_i(d/w) = 1 - P_i(w/w); \quad (1)$$

$$P_i(d/d) = 1 - P_i(w/d), \quad (2)$$

где  $P_i(d/w)$  – вероятность суток без осадков в  $i$ -ые сутки и с осадками в предшествующие сутки  $i-1$ ;  $P_i(d/d)$  – вероятность суток без осадков в  $i$ -ые и предшествующие сутки  $i-1$ .

Определение наличия или отсутствия выпадения осадков в  $i$ -ые сутки выполняется по значению сгенерированного случайного значения  $U$  из интервала  $[0,1]$ , которое сравнивается с соответствующей вероятностью  $P_i(w/w)$  или  $P_i(w/d)$ . Если  $U \leq P_i(w/d)$ , то  $i$ -ые сутки определяют как сутки с осадками. Если  $U \geq P_i(w/d)$ , то  $i$ -ые сутки определяют как сутки без осадков.

Примеры матриц перехода для определения суток с осадками и без осадков для некоторых месяцев (январь, июль) представлены в таблице 1 и 2 соответственно.

Таблица 1 – Матрица перехода для января

Тип дня	я	д
я	0,62	0,38
д	0,76	0,24

Таблица 2 – Матрица перехода для января

Тип дня	я	д
я	0,61	0,39
д	0,55	0,45

Для суток с осадками суточная сумма осадков генерируется на основании обратного метода двухпараметрического гамма-распределения, функция плотности которого имеет вид:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)}, \quad (3)$$

где  $f(x)$  – плотность распределения;  $\Gamma(\alpha)$  – гамма-функция;  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры формы и масштаба соответственно.

Стохастический компонент генерации суточного хода минимальной, максимальной температуры воздуха и солнечной радиации генерируется по формуле:

$$t_i(j) = \bar{m}_i(j) \cdot (1 + \chi_i(j) \cdot \bar{v}_i(j)), \quad (4)$$

где  $t_i(j)$  – фактические значения переменной;  $\bar{m}_i$  – математическое ожидание,  $\chi_i(j)$  – рекуррентный фильтр первого порядка;  $v_i$  – коэффициент вариации переменной  $j$  в  $i$ -ые сутки реализации ( $i = 1, 2 \dots 365$ ).

Коэффициент вариации для минимальной температуры воздуха изменяется от 0,18 до 0,78; для максимальной температуры воздуха от 0,113 до 0,775; для солнечной радиации 0,345 до 0,758.

Рекуррентный фильтр первого порядка, с помощью которого достигается центрирование и нормирование отклонения от среднего значения, основан на слабо стационарном порождающем процессе, предложенном Маталасом [4]:

$$\chi_i(j) = A \cdot \chi_{i-1}(j) + B \cdot \varepsilon_i(j), \quad (5)$$

где  $A, B$  –  $3 \times 3$  матрицы коэффициентов фильтра;  $\varepsilon$  –  $3 \times 1$  матрица стандартного нормального распределения независимого случайного компонента с нулевым средним и единичной дисперсией.

Матрицы  $A$  и  $B$  представлены в виде:

$$A = M_1 \cdot M_0^{-1}; \quad (6)$$

$$B \cdot B^T = M_0 - M_1 \cdot M_0^{-1} \cdot M_0^T; \quad (7)$$

где  $M_0$  – вариационно-ковариационная матрица;  $M_1$  – матрица с запаздывающими последовательными коэффициентами и коэффициентами взаимной корреляции;  $-1, T$  – инверсия и транспонирование матрицы;

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_0(1,2) & \rho_0(1,3) \\ \rho_0(1,2) & 1 & \rho_0(2,3) \\ \rho_0(1,3) & \rho_0(2,3) & 1 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} \rho_1(1) & \rho_1(1,2) & \rho_1(1,3) \\ \rho_1(2,1) & \rho_1(2) & \rho_1(2,3) \\ \rho_1(3,1) & \rho_1(3,2) & \rho_1(3) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\rho_0(j,k)$  – коэффициент корреляции между переменными  $j$  и  $k$  в один и тот же день;  $\rho_1(j,k)$  – коэффициент корреляции между переменными  $j$  и  $k$  с переменной  $k$ , с запаздыванием на одни сутки по отношению к переменной  $j$ ;  $\rho_1(j)$  – коэффициент последовательной корреляции с запаздыванием в одни сутки для переменной  $j$ .

Полученная матрица коэффициентов фильтра А представлена в таблице 3.

Таблица 3 – Матрица А

0,564	0,377	0,064
-0,250	1,131	0,126
0,567	-0,238	0,533

Полученная матрица коэффициентов фильтра В представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Матрица В

0,227	0,000	0,000
0,150	0,211	0,000
0,198	-0,312	0,396

Полученная  $M_0$  – вариационно-ковариационная матрица представлена в таблице 5.

Таблица 5 – Вариационно-ковариационная матрица  $M_0$

1,000	0,957	0,582
0,957	1,000	0,459
0,582	0,459	1,000

Уровень достоверности матрицы  $M_0$  меньше 0,05.

Полученная  $M_1$  – матрица с запаздывающими последовательными коэффициентами и коэффициентами взаимной корреляции представлена в таблице 6.

Таблица 6 – Матрица с запаздывающими последовательными коэффициентами и коэффициентами взаимной корреляции  $M_0$

0,970	0,950	0,693
0,921	0,964	0,583
0,733	0,605	0,816

Уровень достоверности матрицы  $M_1$  меньше 0,05.

Суточная скорость ветра на высоте 10 м генерируется в  $i$ -ые сутки на основании обратного метода распределения

$$v_{10,i} = \beta(-\ln(U))^{1/\alpha}, \quad (10)$$

где  $U$  – значение сгенерированного случайного значения из интервала  $[0,1]$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры формы и масштаба.

По проведенным расчетам на основании данных за 20 лет параметр формы и масштаба изменяется от 2,009 до 2,591 и 1,621 до 2,555 соответственно.

Стохастический компонент генерации относительной влажности в  $i$ -ые сутки выполняется на основании распределения Симпсона [5]:

$$\varphi_i = \bar{\varphi} \cdot \frac{\varphi_{\min} + (U \cdot (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) \cdot (\bar{\varphi} - \varphi_{\min}))^{0,5}}{\varphi_{\min} + \bar{\varphi} + \varphi_{\max}} \quad U \leq \frac{\bar{\varphi} - \varphi_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}; \quad (11)$$

$$\varphi_i = \bar{\varphi} \cdot \frac{\varphi_{\max} - (\varphi_{\max} - \bar{\varphi}) \cdot \left( \frac{\varphi_{\max}(1-U) - \varphi_{\min}(1-U)}{\varphi_{\max} - \bar{\varphi}} \right)^{0,5}}{\varphi_{\min} + \bar{\varphi} + \varphi_{\max}} \quad U > \frac{\bar{\varphi} - \varphi_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}, \quad (12)$$

где  $\bar{\varphi}$  – среднемесячная относительная влажность воздуха;  $\varphi_{\min}$  – нижний предел распределения относительной влажности воздуха;  $\varphi_{\max}$  – верхний предел распределения относительной влажности воздуха.

Стохастический компонент генерации максимальной получасовой интенсивности выпадения осадков в  $i$ -ые сутки выполняется аналогично определению относительной влажности воздуха описанного выше.

Предложенная стохастическая модель может быть использована при решении широкого спектра практических задач в составе стохастического компонента стохастико-детерминистических моделей для моделирования искусственных метеорологических рядов с заданными статистическими характеристиками, имитирующих

наблюдаемые ряды, а также для моделирования погоды на территориях, не освещенных данными метеорологических и гидрологических наблюдений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Смит, Д. М. Модели в экологии / Д. М. Смит. – М. : Мир, 1976. – 184 с.
2. *Semenov MA, Barrow EM (1997) Use of a stochastic weathergenerator in the development of climate change scenarios. Clim Change 35:397–414.*
3. *Richardson, C. W., and D. A. Wright. 1984. WGEN: A Model for Generating Daily Weather Variables. U. S. Department of Agriculture, Agricultural Research Service, ARS-8, 83 p.*
4. *Matalas, N. C. 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. Water Resources Res. 3(4):937, 945.*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ

## MODELING AND VISUALIZATION OF PROCESSES IN UNITS OF CONSTRUCTIONS

**В. И. Красовский, Е. П. Черевань**

**V. Krasovsky, E. Cherevan**

*Белорусский государственный университет, МГЭИ им. А.Д.Сахарова БГУ,  
Г.Минск, Республика Беларусь  
vikras@iseu.by*

*Belarusian State University, ISEI BSU, Minsk, the Republic of Belarus*

Использование моделей различных элементов конструкций позволяет упростить расчеты сложных изделий, которые составляют большинство в отраслях, связанных с производством энергетических устройств и узлов, встроенных в технологические процессы при производстве различных видов энергии. Визуализация воздействия на элементы изделий различных видов нагрузок позволяет обучающимся наглядно фиксировать протекание процессов, влияющих на механическую прочность, моделируя различные входные данные.

The use of modules of various structural elements makes it possible to simplify the calculations of complex products that make up the majority in industries related to the production of energy devices and devices embedded in technological processes in the production of various types of energy. Visualization of the impact on the elements of products of various types of deformation allows students to visually record the flow of processes that affect the mechanical strength by modeling various input data.

*Ключевые слова:* деформация, прочность, изгиб, программное обеспечение, поля напряжений, внутренние силы, анимация.

*Keywords:* deformation, strength, bending, software, stress fields, internal forces, animation.

<https://doi.org/10.46646/SAKH-2021-2-296-299>

При изучении процессов деформации, связанных с освоением дисциплины «Прикладная механика» студентами специальностей «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент» и «Ядерная и радиационная безопасность», часто возникают затруднения в понимании местонахождения наиболее опасных участков изделий с точки зрения их механической прочности.

Конкретные изделия, с которыми приходится сталкиваться инженерам, представляют общепринятыми элементами: брусками, балками, стержнями, пластинами. Поведение этих элементов в зависимости от их геометрических размеров и параметров внешних воздействий с трудом прогнозируется не только обучающимися, но и специалистами высокого уровня. Для понимания процессов, происходящих внутри элементов конструкций, предлагается на примере наиболее распространенных видов деформации в дисциплине «Прикладная механика», раздел «Сопротивление материалов», рассмотреть модели и визуализацию возникающих перемещений и напряжений.

Для визуализации процессов при различных видах деформации было использовано программное обеспечение Ansys Mechanical Structural, находящееся в открытом доступе. Программный пакет Ansys Mechanical Structural (<https://www.ansys.com/>) [1] предназначен для расчета конструкций. Он позволяет решать сложные инженерные задачи и принимать качественные и быстрые проектные решения. С помощью решателей анализа методом конечных элементов (FEA), поддерживаемых программой, возможно настраивать и автоматизировать решения задач, возникающих в различных сферах научных исследований и производства. При помощи Ansys Mechanical Structural становится возможной визуализация многих физических явлений и эффектов. При этом, в большинстве случаев, данные, полученные в ходе моделирования, практически совпадают с реальными значениями. В связи