

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«27» июня 2022 г.

Регистрационный № УД – 10777/уч.

Ряды и функции комплексного аргумента

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

1-31 03 04 Информатика

1-31 03 05 Актуарная математика

1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)

направление специальности:

1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика

(математические методы и компьютерное моделирование в экономике)

1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)

направление специальности

1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность

(математические методы и программные системы)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе типовых учебных планов №G 31-1-027/пр-тип., №G 31-1-028/пр-тип., №G 31-1-029/пр-тип. от 30.06.2021г., №P 98-1-003/пр-тип. от 02.07.2021г., учебных планов БГУ №G 31-1-031/уч., №G 31-1-032/уч., №G 31-1-033/уч. от 30.06.2021г., №P 98-1-005/уч. от 23.07.2021г., № P98-1-024/уч. ин. от 09.08.2021 г., №G 31-1-021/уч. ин. от 23.07.2021 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

М.М. Васьковский, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент,
С.А. Мазаник, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор,
О.А. Кастрица, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Бровка Н.В., заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор,
Вабищевич С.В., заведующий кафедрой информатики и методики преподавания информатики УО «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка», кандидат педагогических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 27 мая 2022 г.)

Заведующий кафедрой высшей математики
доктор физико-математических наук,
доцент

М.М. Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Ряды и функции комплексного аргумента» разработана в соответствии с образовательными стандартами первой степени высшего образования и учебными планами по специальностям **1-31 03 04 Информатика, 1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика** (по направлениям) направление специальности: 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике), **1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)** направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)

Учебная дисциплина «Ряды и функции комплексного аргумента» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей, задаваемых как суммы рядов или как интегралы, зависящие от параметра. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения математического анализа является учебная дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисление», изучаемая на первом курсе.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основные цели изучения дисциплины «Ряды и функции комплексного аргумента»:

- формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;
- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Ряды и функции комплексного аргумента»:

- дать студентам базу, необходимую для усвоения материала дисциплин учебных планов специальностей;
- сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Ряды и функции комплексного аргумента» входит в **модуль «Математический анализ» государственного компонента специальности**

1-31 03 03 Информатика и в модуль «Высшая математика» государственного компонента специальностей **1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)** направление специальности: 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике), **1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)** направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Ряды и функции комплексного аргумента» является базовой при изучении учебных дисциплин «Функциональные последовательности и ряды, несобственный интеграл», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Дифференциальные уравнения в частных производных».

При изложении дисциплины важно показать возможности использования аппарата анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения методами дифференциального и интегрального исчисления, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины студентами специальности **1-31 03 03 Информатика** должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций:**

БПК-1. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-2. Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, демонстрировать способность применения математического анализа к исследованию алгоритмов.

Освоение учебной дисциплины студентами специальностей **1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)** должно обеспечить формирование следующей базовой профессиональной компетенции:

БПК-1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

– основные понятия математического анализа;

- методы исследования функций с комплексным аргументом;
- методы исследования числовых и функциональных рядов с комплексными элементами.

уметь:

- строить представление функции рядами Фурье на заданном промежутке;
- вычислять значение суммы ряда Фурье;
- исследовать свойства функций с комплексным аргументом;
- интегрировать функции комплексного аргумента;
- исследовать сходимость рядов с комплексными числовыми и функциональными аргументами;
- строить разложение функций в степенные ряды и ряды Лорана на заданном множестве;
- использовать аппарат комплексного анализа для вычисления интегралов от функций действительного переменного, в том числе – несобственных.

владеть:

- основным аппаратом математического анализа;
- навыками исследования функциональных зависимостей методами математического анализа;
- навыками построения математических моделей естественных процессов.
 - способами использования аппарата дифференциального и интегрального исчисления при проведении математических исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре.

Всего на изучение учебной дисциплины «Ряды и функции комплексного аргумента» для специальностей **1-31 03 03 Информатика, 1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)** отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, из них лекции – 32 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Ряды Фурье

Тема 1.1. Ряд Фурье

Скалярное произведение функций. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система функций, ее свойства. Тригонометрические многочлены наименьшего отклонения для заданной функции. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя.

Тема 1.2. Свойства суммы ряда Фурье

Принцип локализации. Теорема Римана-Лебега. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость ряда Фурье. Сходимость в среднем. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость тригонометрической системы.

Обобщенное равенство Парсеваля. Почленное интегрирование и дифференцирование ряда Фурье.

Ряд Фурье четной и нечетной функции. Разложение функций в ряды Фурье на заданном множестве.

Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленами.

Тема 1.3. Интеграл Фурье

Интеграл Фурье. Сходимость. Представление функций интегралом Фурье. Представление интегралом Фурье по синусам, по косинусам.

Интегральное преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье.

Раздел 2. Функции комплексного аргумента

Тема 2.1. Функции комплексной переменной (ФКП)

Множества на комплексной плоскости. Бесконечно удаленная точка. Окрестность точки. Сфера Римана. Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность ФКП. Основные теоремы о сходящихся и непрерывных ФКП.

Линейная и степенная функции. Экспонента. Многозначные функции. Логарифм комплексного числа. Логарифмическая функция. Тригонометрические и гиперболические функции.

Тема 2.2. Дифференцируемые ФКП

Дифференцируемость. Условия Коши-Римана. Свойства дифференцируемых ФКП. Геометрический смысл производной. Конформность. Гармонические функции.

Тема 2.3. Интегрирование ФКП

Интеграл ФКП. Вычисление интеграла. Первообразная ФКП. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.

Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.

Тема 2.4. Регулярность функции

Последовательности и ряды с комплексными элементами. Основной критерий сходимости. Степенные ряды. Регулярные функции. Связь с дифференцируемостью. Условия регулярности. Теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.5. Аналитическое продолжение функции

Нули регулярной функции. Теорема единственности. Аналитическое продолжение.

Тема 2.6. Ряд Лорана

Ряд Лорана. Особые точки функции. Вычеты. Использование вычетов при вычислении интегралов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия		
Раздел 1. Ряды Фурье					
1.1	Ряд Фурье	4	2		Отчеты по практическим заданиям
1.2	Свойства суммы ряда Фурье	6	4	2	Отчеты по практическим заданиям
1.3	Интеграл Фурье	2	2		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №1
Раздел 2. Функции комплексного аргумента					
2.1	Функции комплексной переменной (ФКП)	4	4		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование.

2.2	Дифференцируемые ФКП	4	4		Отчеты по практическим заданиям. Учебная дискуссия Коллоквиум
2.3	Интегрирование ФКП	4	6		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям.
2.4	Регулярность функции	2	2		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям.
2.5	Аналитическое продолжение функции	2			Собеседование. Учебная дискуссия
2.6	Ряд Лорана	4	6		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №2

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. В 2 ч. – М.: 1985, 1987 гг.
2. Кастрица О.А., Мазаник С.А. Математический анализ. Краткий курс. – Мн.: 2017 г.
3. Кастрица, О.А. Ряды и несобственные интегралы: учеб. пособие / О.А. Кастрица, С.А.Мазаник, А.Ф.Наумович, Н.Ф. Наумович – Мн.: Вышэйш. шк., 2015 г.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1,2,3. – М.: 1989 г.
5. Леваков А.А. Математический анализ. – Мн.: 2015 г.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1976 г.
7. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1976 г.

Перечень дополнительной литературы

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т.1,2. – М.: 1981, 1984 гг.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. – М.: 1982 г.
3. Тер–Киркоров А.М., Шабунин М.А., Курс математического анализа. – М.: 1988 г.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1–3. – М.: 1969, 1970 гг.
8. Электронный учебно-методический комплекс «Высшая математика». Государственный регистр информационных ресурсов. Регистрационное свидетельство №1271101243 от 29 апреля 2011 г. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/8436> – Дата доступа: 03.05.2018.
9. Математический анализ: электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 04 «Информатика». В 3 ч. Ч. 1 / С.А. Мазаник, О.А. Кастрица; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики. – Минск: БГУ, 2020. – 75 с. – Библиогр.: с. 67–69. Деп. в БГУ 30.06.2020. №007230062020.
<https://elib.bsu.by/handle/123456789/244693>.
10. Математический анализ: электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 04 «Информатика». В 3 ч. Ч. 2 / С.А. Мазаник, О.А. Кастрица; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики. – Минск: БГУ, 2020. – 76 с.: ил. – Библиогр.: с. 67–69., Деп. в БГУ 14.12.2020. №014614122020.
<https://elib.bsu.by/handle/123456789/252752>.
11. Математический анализ: электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 04 «Информатика». В 3 ч. Ч. 3 /

С.А. Мазаник, О.А. Кастрица; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики. – Минск: БГУ, 2021. – 105 с.: ил. – Библиогр.: с.

94–97. №003405042021, Деп. в БГУ 05.04.2021 .

[https://elib.bsu.by/handle/123456789/257817.](https://elib.bsu.by/handle/123456789/257817)

12. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы. – Мн.: 1988 г.

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе:

Постановления Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»;

Положения о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020);

Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы используются оценочные средства, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование, учебной дискуссии;

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа;

– отчеты по практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

– зачет по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Ряды и функции комплексного аргумента» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем. Обращается внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Формой итоговой аттестации по дисциплине «Ряды и функции комплексного аргумента» учебным планом предусмотрен зачет.

При формировании итоговой оценки учитываются результаты работы студента в процессе изучения материала учебной дисциплины, а именно:

– работа в аудитории на практических занятиях;

– отчеты по практическим заданиям;

– оценки за выполнение всех контрольных работ;

– результаты собеседования.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.2. Свойства суммы ряда Фурье (2 ч.)

Решение задач из учебного пособия: Кастрица, О.А. Ряды и несобственные интегралы: учеб. пособие / О.А. Кастрица, С.А.Мазаник, А.Ф.Наумович, Н.Ф. Наумович – Мн.: Вышэйш. шк., 2015 г. Глава 7.

Форма контроля – отчет о выполнении практических заданий.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении практических заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия и методические разработки кафедры, большая часть которых размещена в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать разработанные кафедрой тесты, размещенные в системе “E-University”.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Методы оптимизации	Кафедра методов оптимального управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Дифференциальные уравнения в частных производных	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № ____ от ____)

Заведующий кафедрой
доктор физ.-мат.наук, _____
(ученая степень, звание)

_____ (подпись)

_____ М.М. Васьковский _____
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФПМИ
доктор техн.наук, _____
(ученая степень, звание)

_____ (подпись)

_____ А.М. Недзведь _____
(И.О.Фамилия)