А. А. Афоненко, А. Б. Матюхин

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ИНЖЕКЦИОННОГО ЛАЗЕРА С ВНЕШНЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Расчеты амплитудно-частотных характеристик обычно выполняются в приближении медленно меняющейся амплитуды. Анализ работы полупроводникового лазера в режиме синхронизации внешним когерентным излучением выявил различия фазово-частотных характеристик, получаемых на основе волнового уравнения и уравнения для медленно меняющейся амплитуды [1]. Учитывая определяющее влияние фазы отраженного сигнала на процесс лазерной генерации, представляется интересным проанализировать амплитудно-частотные характеристики полупроводникового лазера на основе волнового уравнения и установить условия применимости скоростных уравнений при наличии запаздывающей оптической обратной связи.

Распространение электромагнитных волн в активной области в адиабатическом приближении, когда считается, что макроскопическая поляризация пропорциональна напряженности электрического поля, рассмотрим на основе волнового уравнения в виде [1, 2]

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon(t) E(x,t)}{c^2 \partial t^2} = 0. \qquad (1)$$

С учетом того, что комплексная диэлектрическая проницаемость при гармоническом изменении концентрации неравновесных носителей в активной области изменяется во времени как

$$\varepsilon(t) = \varepsilon + \varepsilon_r \exp(i\Omega t) + \varepsilon_f \exp(-i\Omega t), \qquad (2)$$

решение волнового уравнения (1) ищем в виде

$$E(x,t) = \left[E_0(x) + E_r(x)\exp(i\Omega t) + E_f(x)\exp(-i\Omega t)\right]\exp(-i\omega t). \qquad (3)$$

Пространственное распределение прямой и обратной волн генерирующей моды (рис 1) представляется как $E_0^{\pm}(x) = E_0^{\pm}\exp(\pm inkx)$, где $k = \omega / c$ – постоянная распространения в вакууме, $n = \sqrt{\varepsilon}$ – показатель преломления.

Предположим, что внешнее зеркало расположено с правой стороны резонатора. Тогда поле на правом торце можно представить как

$$E(x,t)\big|_{x=L} = B(x - ct) + C(x + ct), \qquad (4)$$

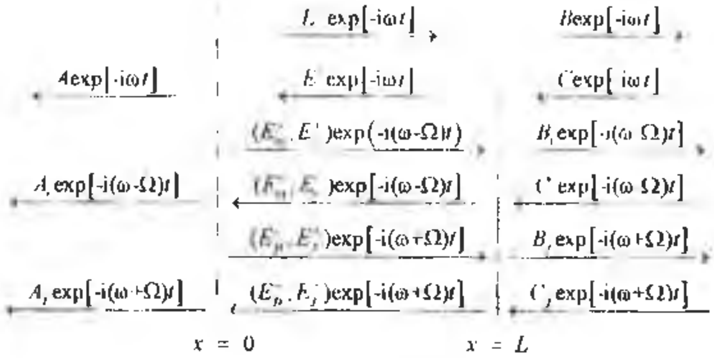


Рис. 1. Схема полей внутри резонатора с внешней запаздывающей оптической обратной связью.
Длина резонатора Фабри-Перо обозначена L.

где B и C – амплитуды выходящей и возвращающейся волн соответственно. Возвращающаяся волна определяется как $C(L, t) = \kappa B(L, t-\tau)$, где κ – коэффициент отражения от внешнего зеркала, τ – время запаздывания. Из выражения (4) следует

$$\left[\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,t)}{\partial t}+\frac{\partial E(x,t)}{\partial x}\right]\bigg|_{x=L} = \frac{2}{c}\frac{\partial C(L,t)}{\partial t},$$

$$\left[\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial E(x,t)}{\partial x}\right]\bigg|_{x=L} = \frac{2}{c}\frac{\partial B(L,t)}{\partial t} \qquad (5)$$

С использованием выражений (4) и (5) и связи между амплитудами B и C получаем

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,t)}{\partial t}+\frac{\partial E(x,t)}{\partial x}\right)\bigg|_{x=L} = \kappa\left(\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,t-\tau)}{\partial t}-\frac{\partial E(x,t-\tau)}{\partial x}\right)\bigg|_{x=L} \qquad (6)$$

Второе граничное условие запишется как

$$\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,t)}{\partial t}\bigg|_{x=0} = \frac{\partial E(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0}. \qquad (7)$$

Из граничных условий (6), (7) следует, что

$$\begin{vmatrix} (n+1) & -(n-1) \\ \left[(n-1)+\kappa(n+1)e^{i\omega\tau}\right]e^{iknL} & -\left[(n+1)+\kappa(n-1)e^{i\omega\tau}\right]e^{-iknL} \end{vmatrix} = 0 \qquad (8)$$

Таким образом условие амплитудно-фазового баланса полупроводникового лазера при наличии оптической обратной связи представляется в виде

$$e^{2iknL}=\frac{(n+1)^2+\kappa e^{i\omega\tau}\left(n^2-1\right)}{(n-1)^2+\kappa e^{i\omega\tau}\left(n^2-1\right)}, \tag{9}$$

а амплитуды прямой и обратной волн генерирующей моды связаны условием

$$E_0^-=\left(\frac{n+1}{n-1}\right)E_0^+. \tag{10}$$

Для полей E_f и E_r после линеаризации имеем соответственно следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2 E_{f,r}(x)}{\partial x^2}-(k\pm q)^2\varepsilon_{k\pm q}E_{f,r}(x)=(k\pm q)^2\varepsilon_{f,r}E_0(x), \tag{11}$$

где $q=\Omega/c$. Напряженности $E_f(x)$ и $E_r(x)$ и их первые производные являются непрерывными функциями координаты x. Решения неоднородного уравнения внутри резонатора с учетом $q \ll k$ для f типа волны записываются как

$$E_{fs}^{\pm}(x)=-\frac{k\varepsilon_f}{2qnn_g}E_0^{\pm}(x). \tag{12}$$

Решения однородной части уравнения (11) внутри резонатора, определяемые наличием оптической обратной связи, имеют вид $E_f^{\pm}(x)=E_f^{\pm}\exp\left(\pm inkx\pm in_g qx\right)$ при

$$E_f^{\pm}=\frac{2i\kappa n e^{i\omega\tau}\left(e^{i\Omega\tau}-1\right)E_{fs}^{\pm}}{\left[\begin{array}{l}\left(n^2-1\right)\left(1+\kappa^2 e^{i\Omega\tau+2i\omega\tau}\right)\sin\left(n_g qL\right)+\kappa e^{i\omega\tau}\times\\ \times\left[\left(n^2+1\right)\left(e^{i\Omega\tau}+1\right)\sin\left(n_g qL\right)-2in\left(e^{i\Omega\tau}-1\right)\cos\left(n_g qL\right)\right]\end{array}\right]}. \tag{13}$$

Что касается выражений для r типов сигналов, то здесь и далее они получаются из формул для r компонент заменой индекса f на индекс r, Ω на $-\Omega$.

Динамику неравновесных носителей заряда рассмотрим на основе стандартного балансного уравнения:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{j(t)}{ed} - \frac{N}{\tau_{sp}} - \upsilon_g G(N) S, \tag{14}$$

где $j(t)$ – плотность тока накачки, d – ширина активной области, τ_{sp} – время жизни неравновесных носителей заряда, $G(N)$ – зависящий от концентрации носителей N коэффициент усиления, $\upsilon_g = c/n_g$ – групповая скорость света в полупроводнике. Учитывая однородность волнового уравнения (1) и пренебрегая различием пространственных распределений $E_l(x)$, $E_r(x)$ и $E_0(x)$, единицы измерения электромагнитного поля можно переопределить таким образом, чтобы величина $|A|^2$ равнялась средней плотности фотонов в резонаторе S. Согласно уравнению (14), зависимость концентрации носителей заряда от времени является действительной функцией

$$N(t) = N_{th} + n_m \exp(i\Omega t) + n_m^* \exp(-i\Omega t). \tag{15}$$

Группируя слагаемые, пропорциональные $\exp(i\Omega t)$, преобразуем уравнение (14) к виду

$$i\Omega n_m = \frac{J_m}{ed} - \frac{n_m}{\tau_{sp}} - \upsilon_g \frac{\partial G}{\partial N} S n_m - \upsilon_g G_{th} S_m, \tag{16}$$

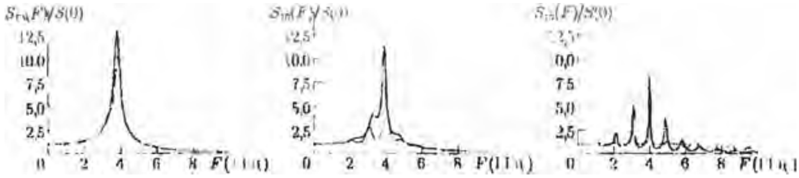
где dG/dN – дифференциальное усиление, $S_m = A^* A_r + A A_l^*$. Выражая переменную часть диэлектрической проницаемости через модуляционную часть концентрации носителей:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} n_m, \qquad \varepsilon_l = \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} n_m^*, \tag{17}$$

где $\frac{\partial \varepsilon}{\partial N} = -\frac{n(\alpha + i)}{k}\frac{\partial G}{\partial N}$, α – параметр увеличения ширины линии генерации, путем совместного решения уравнений (12), (13) и (16) находим

$$n_m = \frac{J_m}{ed}\,\frac{\Omega}{i\Omega^2 + \frac{\Omega}{\tau_{sp}} + \upsilon_g \frac{\partial G}{\partial N} S\left(\Omega - i\upsilon_g G_{th}\left[1 + \frac{(1-i\alpha)U_r + (1+i\alpha)U_l^*}{2}\right]\right)}, \tag{18}$$

где символами $U_{l,r}$ обозначены коэффициенты пропорциональности между $E_{l,r}$ и $E_{s,l,r}$ из уравнения (13). Амплитуды выходящих сигналов r и l типов выражаются соответственно как



а *б* *в*

Рис. 2. Зависимость нормированной вариации плотности фотонов от частоты модуляции $F = \Omega/2\pi$ для $\kappa = 0{,}001$ (*а*), $0{,}01$ (*б*) и $0{,}1$ (*в*) соответственно при $S = 10^{15}$ см$^{-3}$, $\tau_d = 5$ нс, $\tau = 1$ нс, $\partial G/\partial N = 2\times10^{-16}$ см^2, $L = 250$ мкм, $n' = 3{,}6$, $n_g = 4{,}0$, $\alpha n = 0$. Тонкой линией указаны кривые, полученные на основе системы уравнений для медленно меняющейся амплитуды

$$A_r = \frac{\upsilon_g(1-i\alpha)(1+U_r)}{2i\Omega}\frac{\partial G}{\partial N}A_0 n_{m+}, \tag{19}$$

$$A_f = -\frac{\upsilon_g(1-i\alpha)(1+U_f)}{2i\Omega}\frac{\partial G}{\partial N}A_0 n_m^*. \tag{20}$$

Соответствие полученных выражений (18)–(20) с результатами анализа на основе системы стандартных скоростных уравнений для полупроводникового лазера с запаздывающей оптической обратной связью [1] достигается при замене функций $U_{f,r}$ на соответствующие первые члены их разложения по κ, что справедливо, если

$$\begin{cases} \kappa \ll L/\upsilon_g\tau, & \text{при } \Omega\tau \ll 1, \\ \kappa \ll \Omega L/\upsilon_g, & \text{при } \Omega\tau \geq 1, \end{cases} \tag{21}$$

т. е. для режима слабой обратной связи. В противном случае начинают сказываться процессы многократных отражений во внешнем резонаторе (рис. 2). Таким образом, при наличии сильной оптической обратной связи амплитудно-частотные характеристики, полученные на основе волнового уравнения и уравнения для медленно меняющейся амплитуды, имеют существенные количественные различия

Литература

1. *Афоненко А. А., Манак И. С.* Электромагнитная теория полупроводниковых лазеров. Мн.: БГУ, 1997. 59 с.
2. *Афоненко А. А., Матюхин А. Б.* Амплитудные и фазовые характеристики инжекционного лазера в режиме четырехволнового смешения // Радиофизика и электроника. Сб. науч. тр. Вып. 4. Мн.: БГУ, 2000. С. 8–13.