$$U_{n,2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E\{U_{n,1}(S^{(i,m)})\}. \qquad (\Pi.7)$$

Из вида зависимости компонент вектора X следует, что $|S^{(i,m)}| = \sigma_i^2 \prod_{j=2}^{N} s_{jj}^{(i,m)}$, где σ_i^2 — несмещенная оценка σ^2 по выборке A_i. В силу независимости ξ и $\overline{X}$, учитывая свойства функций от моментов [6], получаем:

$$E\{|S^{(i,m)}|^{-\frac{1}{2}}\} = \frac{12^{(N-1)/2}}{\sigma \operatorname{mes}_{N-1} G} + o(n^{-1}). \qquad (\Pi.8)$$

Согласно (4),

$$E\{(\theta^T S^{(i,m)}\theta)^2\} = E\{\sigma_i^4\} = \sigma^4 + o(n^{-1}). \qquad (\Pi.9)$$

С учетом (П.6)—(П.9) получаем (8). Для доказательства (9) продифференцируем правую часть (8) по h и приравняем полученное выражение нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Епанечников В. А.— Теория вер. и ее применен., 1969, т. 14, № 1.
2. Малюгин В. И. Непараметрическая классификация многомерных наблюдений в случае существенно зависимых признаков.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 5548—82. Деп. от 10.11.82.
3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов.— М., 1979.
4. Раудис Ш. Ю.— В сб.: Стат. пробл. управл. Вильнюс, 1978, вып. 27.
5. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ.— М., 1983.
6. Крамер Г. Математические методы статистики.— М., 1975.
7. Харин Ю. С., Казаларский И. Х.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1979, № 3.

УДК 519.10

Р. ГАБАСОВ, Ф. М. КИРИЛЛОВА, О. И. КОСТЮКОВА

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С КОНТИНУУМОМ ОГРАНИЧЕНИЙ

1. Рассмотрим задачу

$$\begin{gathered} c'x \to \max,\ b_*(t) \leqslant a'(t)x \leqslant b^*(t), \\ t \in T = [0, t^*],\ d_* \leqslant x \leqslant d^*, \end{gathered} \qquad (1)$$

где $x = x(J) \in R^n$, $J = \{1, 2, \ldots, n\}$, $a(t) = Hf(t)$,

$$\dot{f} = Bf,\ f(0) = f_0,\ f \in R^m;\ b_*(t) = g_*' v(t),\ \dot{v} = G_* v,\ v(0) = v_0,$$

$$v \in R^l;\ b^*(t) = g^{*\prime} w(t), \dot{w} = G^* w,\ w(0) = w_0,\ w \in R^k.$$

Вектор x, удовлетворяющий ограничениям задачи (1), назовем планом. Решение x^0 задачи — оптимальный план. Субоптимальным (ε-оптимальным) будем называть такой план x^ε, что $c'x^0 - c'x^\varepsilon \leqslant \varepsilon$.

Совокупность $K_{оп} = \{T_{оп}, J_{оп}\}$, $|T_{оп}| = |J_{оп}|$, из множества изолированных точек $T_{оп} \subset T$ и множества индексов $J_{оп} \subset J$ назовем опорой задачи (1), если не вырождена опорная матрица $A_{оп} = A(T_{оп}, J_{оп}) = \begin{pmatrix} a_j(t),\ j \in J_{оп} \\ t \in T_{оп} \end{pmatrix}$.

Пара $\{x, K_{оп}\}$ из плана и опоры — опорный план. Опорный план считается невырожденным, если $d_{*j} < x_j < d_j^*$, $j \in J_{оп}$, $b_*(t) < a'(t)x < b^*(t)$, $t \in T \setminus T_{оп}$.

2. Пусть $\{x, K_{оп}\}$ — начальный опорный план; по нему подсчитаем

вектор потенциалов $u'=u'(T_{оп})=c'(J_{оп})A_{оп}^{-1}$ и вектор оценок $\Delta'=\Delta'(J)=$ $=u'A(T_{оп}, J)-c'$. Следуя [1], доказываем

Критерий оптимальности. Соотношения

$\Delta_j\geqslant 0$ при $x_j=d_{*j}$; $\Delta_j\leqslant 0$ при $x_j=d_j^*$; $\Delta_j=0$ при $d_{*j}<x_j<d_j^*$, $j\in J_н=$ $=J\diagdown J_{оп}$; $u(t)\geqslant 0$ при $a'(t)x=b^*(t)$; $u(t)\leqslant 0$ при $a'(t)x=b_*(t)$; $u(t)=0$ при $b_*(t)<a'(t)x<b^*(t)$, $t\in T_{оп}$ достаточны, а в случае невырожденности и необходимы, для оптимальности опорного плана $\{x, K_{оп}\}$.

3. Обозначим: $J_н^+=\{j\in J_н:\Delta_j>0\}$, $J_н^-=\{j\in J_н:\Delta_j<0\}$, $T_{оп}^+=$ $=\{t\in T_{оп}:u(t)>0\}$, $T_{оп}^-=\{t\in T_{оп}:u(t)<0\}$. Число $\beta(x, K_{оп})=$

$$=\sum_{j\in J_н^+}\Delta_j(x_j-d_{*j})+\sum_{j\in J_н^-}\Delta_j(x_j-d_j^*)+\sum_{t\in T_{оп}^+}u(t)(b^*(t)-a'(t)x)+$$

$+\sum\limits_{t\in T_{оп}^-}u(t)(b_*(t)-a'(t)x)$ назовем оценкой субоптимальности опорного плана $\{x, K_{оп}\}$, ибо справедлив [1] следующий.

Критерий субоптимальности. При любом $\varepsilon\geqslant 0$ для ε-оптимальности плана x необходимо и достаточно существование такой опоры $K_{оп}$, что $\beta(x, K_{оп})\leqslant\varepsilon$.

4. Предположим, что при заданном $\varepsilon\geqslant 0$ начальный опорный план $\{x, K_{оп}\}$ не удовлетворяет критерию субоптимальности. Построим n-вектор $\Delta\varkappa$:

$$\Delta\varkappa_j=d_j^*-x_j,\ j\in J_н^-;\ \Delta\varkappa_j=d_{*j}-x_j,\ j\in J_н^+;\ \Delta\varkappa_j\in[d_{*j}-x_j,\ d_j^*-x_j],$$
$$j\in J_н^o=J_н\diagdown(J_н^+\cup J_н^-);\ \Delta\varkappa(J_{оп})=A_{оп}^{-1}(\Delta\omega(T_{оп})-A(T_{оп}, J_н)\Delta\varkappa(J_н));$$
$$\Delta\omega(t)=\Delta\omega^*(t),\ t\in T_{оп}^+;\ \Delta\omega(t)=\Delta\omega_*(t),\ t\in T_{оп}^-;\ \Delta\omega(t)\in[\Delta\omega_*(t),\ \Delta\omega^*(t)],$$
$$t\in T_{оп}^o=T_{оп}\diagdown(T_{оп}^+\cup T_{оп}^-);\ \Delta\omega^*(t)=b^*(t)-a'(t)x,\ \Delta\omega_*(t)=b_*(t)-a'(t)x. \quad (2)$$

На векторе $\Delta\varkappa$ проверим равенства

$$f'(t)HB^i\Delta\varkappa=0,\ i=\overline{0,\ k(t)-1},\ \text{при}\ \Delta\omega^*(t)\Delta\omega_*(t)=0,\ t\in T_{оп}, \quad (3)$$

где $k(t)\in\{0, 1, \ldots, n\}$ — такой индекс, что $d^i(a'(t)x-b(t))/dt^i=0$, $i=\overline{0, k(t)-1}$; $d^{k(t)}(a'(t)x-b(t))/dt^{k(t)}\neq 0$, $b(t)=b^*(t)$, если $\Delta\omega^*(t)=$ $=0$; $b(t)=b_*(t)$, если $\Delta\omega_*(t)=0$.

Рассмотрим сначала случай, когда равенства (3) на векторе (2) выполняются. Построим новый план $\bar{x}=x+\Theta\Delta\varkappa$, где $\Theta=\min\{1, \Theta(t_0), \Theta_{j_0}\}$; $\Theta(t_0)=\min\Theta(t)$, $t\in T$; $\Theta(t)=\Delta\omega^*(t)/a'(t)\Delta\varkappa$ при $a'(t)\Delta\varkappa>0$; $\Theta(t)=\Delta\omega_*(t)/a'(t)\Delta\varkappa$ при $a'(t)\Delta\varkappa<0$; $\Theta(t)=\lim\limits_{\tau\to t}\Theta(\tau)$ при $a'(t)\Delta\varkappa=$ $=0$; $\Theta_{j_0}=\min\Theta_j$, $j\in J_{оп}$; $\Theta_j=(d_j^*-x_j)/\Delta\varkappa_j$ при $\Delta\varkappa_j>0$; $\Theta_j=(d^*{}_j-$ $-x_j)/\Delta\varkappa_j$ при $\Delta\varkappa_j<0$; $\Theta_j=\infty$ при $\Delta\varkappa_j=0$.

Если $(1-\Theta)\beta(x, K_{оп})\leqslant\varepsilon$, то $\bar{x}$ — ε-оптимальный план. Пусть $(1-$ $-\Theta)\beta(x, K_{оп})>\varepsilon$. При $t_0\in T_{оп}$ переходим к п. 5, исходя из $\{\bar{x}, K_{оп}\}$. В противном случае заменим опору: $K_{оп}\to\bar{K}_{оп}$. Эту операцию опишем отдельно для случаев а) $\Theta=\Theta(t_0)<1$ и б) $\Theta=\Theta_{j_0}<1$.

а) Положим $\Delta u'(T_{оп})=-a'(t_0)A_{оп}^{-1}\operatorname{sign}a'(t_0)\Delta\varkappa$,

$$\begin{gathered}\bar{\alpha}_0=-|(1-\Theta)a'(t_0)\Delta\varkappa|,\ \delta(J)=\Delta u'(T_{оп})A(T_{оп}, J)+\\ +a'(t_0)\operatorname{sign}a'(t_0)\Delta\varkappa;\\ \alpha_0=\bar{\alpha}_0+\sum_{j\in J_н^{o+}}\delta_j(\varkappa_j-d_{*j})+\sum_{j\in J_н^{o-}}\delta_j(\varkappa_j-d_j^*)+\\ +\sum_{t\in T_{оп}^{o+}}\Delta u(t)(b^*(t)-a'(t)\varkappa)+\sum_{t\in T_{оп}^{o-}}\Delta u(t)(b_*(t)-a'(t)\varkappa),\end{gathered} \quad (4)$$

где $\varkappa=x+\Delta\varkappa$, $J_н^{o+}=\{j\in J_н^o:\delta_j>0\}$, $J_н^{o-}=\{j\in J_н^o:\delta_j<0\}$, $T_{оп}^{o+}=\{t\in$ $\in T_{оп}^o:\Delta u(t)>0\}$, $T_{оп}^{o-}=\{t\in T_{оп}^o:\Delta u(t)<0\}$.

Если $\alpha_0 > 0$, то выберем любой индекс s из множеств $T_{\text{оп}}^{\text{о}+}$, $T_{\text{оп}}^{\text{о}-}$, $J_{\text{н}}^{\text{о}+}$ $J_{\text{н}}^{\text{о}-}$. Новую опору $\bar{K}_{\text{оп}} = \{\bar{T}_{\text{оп}}, \bar{J}_{\text{оп}}\}$ составим из множеств $\bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}} \cup t_0$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \cup j_*$, если $s = j_* \in J_{\text{н}}^{\text{о}+} \cup J_{\text{н}}^{\text{о}-}$; $\bar{T}_{\text{оп}} = (T_{\text{оп}} \setminus t_*) \cup t_0$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}}$, если $s = t_* \in T_{\text{оп}}^{\text{о}+} \cup T_{\text{оп}}^{\text{о}-}$.

Пусть $\alpha_0 < 0$. Подсчитаем $\sigma(t)$, $t \in T_{\text{оп}}^* = T_{\text{оп}} \setminus T_{\text{оп}}^{\text{о}}$; σ_j, $j \in J_{\text{н}}^* = J_{\text{н}} \setminus J_{\text{н}}^{\text{о}}$; $\sigma(t) = -u(t)/\Delta u(t)$ при $u(t)\Delta u(t) < 0$; $\sigma(t) = \infty$ при $u(t) \times \Delta u(t) \geqslant 0$; $\sigma_j = -\Delta_j/\delta_j$ при $\Delta_j \delta_j < 0$; $\sigma_j = \infty$ при $\Delta_j \delta_j \geqslant 0$. Упорядочим числа $\sigma(t)$, $t \in T_{\text{оп}}^*$, σ_j, $j \in J_{\text{н}}^*$, по возрастанию: $\sigma_{(1)} \leqslant \sigma_{(2)} \leqslant \ldots \leqslant \sigma_{(g)}$.

Найдем $\alpha_k = \alpha_{k-1} + |\Delta u(t)(b^*(t) - b_*(t))|$, если $\sigma_{(k)} = \sigma(t)$; $\alpha_k = \alpha_{k-1} + |\delta_j (d_j^* - d_{*j})|$, если $\sigma_{(k)} = \sigma_j$, $k = \overline{1, g}$. Пусть k_0 — такой индекс, что $\alpha_{k_0-1} \leqslant 0$, $\alpha_{k_0} > 0$. Опору $K_{\text{оп}}$ заменим на $\bar{K}_{\text{оп}} = \{\bar{T}_{\text{оп}}, \bar{J}_{\text{оп}}\}$ с компонентами $\bar{T}_{\text{оп}} = (T_{\text{оп}} \cup t_0) \setminus t_*$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}}$, если $\sigma_{(k_0)} = \sigma(t_*)$; $\bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}} \cup t_0$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \cup j_*$, если $\sigma_{(k_0)} = \sigma_{j_*}$.

б) Положим $\Delta u'(T_{\text{оп}}) = -e_{j_0}' A_{\text{оп}}^{-1} \operatorname{sign} \Delta \varkappa_{j_0}$, $e_{j_0} = \{e_j = 0,\ j \in J_{\text{оп}} \setminus j_0,\ e_{j_0} = 1\}$, $\delta(J) = \Delta u'(T_{\text{оп}}) A(T_{\text{оп}}, J)$, $\bar{\alpha}_0 = -|(1 - \Theta)\Delta \varkappa_{j_0}|$ и найдем α_0 по формуле (4). Если $\alpha_0 > 0$, то выберем индекс s из множества $T_{\text{оп}}^{\text{о}+} \cup T_{\text{оп}}^{\text{о}-} \cup J_{\text{н}}^{\text{о}+} \cup J_{\text{н}}^{\text{о}-}$ и построим новую опору $\bar{K}_{\text{оп}} = \{\bar{T}_{\text{оп}}, \bar{J}_{\text{ов}}\} : \bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}} \setminus t_*$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \setminus j_0$ при $s = t_* \in T_{\text{оп}}^{\text{о}+} \cup T_{\text{оп}}^{\text{о}-}$; $\bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}}$, $\bar{J}_{\text{оп}} = (J_{\text{оп}} \setminus j_0) \cup j_*$ при $s = j_* \in J_{\text{н}}^{\text{о}+} \cup J_{\text{н}}^{\text{о}-}$. Если $\alpha_0 \leqslant 0$, то по правилам, описанным для случая а), найдем индекс k_0. Новую опору $\bar{K}_{\text{оп}}$ составим из множеств: $\bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}} \setminus t_*$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \setminus j_0$, если $\sigma_{(k_0)} = \sigma(t_*)$; $\bar{T}_{\text{оп}} = T_{\text{оп}}$, $\bar{J}_{\text{оп}} = (J_{\text{оп}} \setminus j_0) \cup j_*$, если $\sigma_{(k_0)} = \sigma_{j_*}$.

5. Рассмотрим теперь случай, когда на векторе $\Delta\varkappa$ (2) равенства (3) не выполняются, либо $t_0 \in T_{\text{оп}}$. Выберем числа $\alpha > 0$, $h > 0$ (параметры алгоритма) и построим множество $T_\alpha = \{t \in T : a'(t)x \in [b_*(t) + \alpha, b^*(t) - \alpha]\}$. Множество T_α разобьем на отрезки $[\tau_i, \tau^i]$, $i = \overline{1, N}$ таким образом, чтобы $\bigcup_{i=1}^{N} [\tau_i, \tau^i[= T_\alpha$, $[\tau_i, \tau^i[\cap [\tau_j, \tau^j[= \varnothing$, $i \neq j$, $\tau^i - \tau_i \leqslant h$. Пусть T_α состоит из q компонент связности $T_{\alpha s}$, $s = \overline{1, q}$, и $T_{\alpha s} = \bigcup_{i=N_{s-1}+1}^{N_s} [\tau_i, \tau^i[$, $N_0 = 0$, $N_q = N$. Рассмотрим опорную задачу

$$
c'\Delta x \to \max,\ \Delta\omega_*(\tau_i) \leqslant a'(\tau_i)\Delta x \leqslant \Delta\omega^*(\tau_i),
$$
$$
i = \overline{1, N + p + q},\ d_* - x \leqslant \Delta x \leqslant d^* - x, \tag{5}
$$

где $\{\tau_i,\ i = \overline{N+1, N+p}\} = T_{\text{оп}}$, $\tau_{N+p+s} = \tau^{N_s}$, $s = \overline{1, q}$.

В качестве начального плана задачи (5) можно взять вектор $\Delta x = 0$, в качестве начальной опоры — совокупность $\{I_{\text{оп}}, J_{\text{оп}}\}$, где $I_{\text{оп}} = \{N + 1, \ldots, N + p\}$.

Пусть $\{\Delta x^*, \{I_{\text{оп}}^*, J_{\text{оп}}^*\}\}$ — решение задачи (5). Построим новый опорный план $\{\bar{x}, K_{\text{оп}}^*\}$ задачи (1) : $\bar{x} = x + \Theta\Delta x^*$, где Θ — максимально допустимый шаг вдоль Δx^*, $K_{\text{оп}}^* = \{T_{\text{оп}}^*, J_{\text{оп}}^*\}$, $T_{\text{оп}}^* = \{\tau_i, i \in I_{\text{оп}}^*\}$. Если $\beta(\bar{x}, K_{\text{оп}}^*) \leqslant \varepsilon$, то решение задачи (1) прекращаем на ε-оптимальном плане $\bar{x}$. В противном случае или уменьшаем α, h, или опору $K_{\text{оп}}^*$ заменяем на опору $\bar{K}_{\text{оп}}$ по правилам п. 4.

6. Предположим, что за итерацию $\{x, K_{\text{оп}}\} \to \{\bar{x}, \bar{K}_{\text{оп}}\}$ оценка субоптимальности уменьшилась незначительно и для псевдоплана $\bar{\varkappa} = \bar{x} + \Delta\varkappa$, векторов потенциалов $\bar{u}(\bar{T}_{\text{оп}})$ и оценок $\bar{\Delta}(J)$, построенных по опоре $\bar{K}_{\text{оп}} = \{\bar{T}_{\text{оп}}, \bar{J}_{\text{оп}}\}$, $\bar{T}_{\text{оп}} = \{t_i, i = \overline{1, p}\}$, выполняются соотношения: 1) $d_{*j} < \varkappa_j < d_j^*$, $j \in \bar{J}_{\text{оп}}$; 2) $\bar{J}_{\text{н}}^{\text{о}} = \varnothing$, $\bar{T}_{\text{оп}}^{\text{о}} = \varnothing$, 3) $\{t \in T : a'(t)\varkappa \in [b_*(t), b^*(t)]\} = \bigcup_{i=\overline{1,p}} \times$

$\times T(t_i)$, где $T(t_i)=[t_i, t_i+\alpha_i[$ либо $T(t_i)=]t_i-\alpha_i, t_i]$, $\alpha_i>0$; 4) $|\dot{a}_i(t_i)\overline{\varkappa}|\leqslant\leqslant\mu_1$, $i=\overline{1, p}$; $b_*(t)-\mu_2\leqslant a'(t)\overline{\varkappa}\leqslant b^*(t)+\mu_2$, $t\in T$, где $\mu_1>>0$, $\mu_2>0$ — параметры метода.

Оптимальную опору $K^{\circ}_{\text{оп}}$ задачи (1) будем искать в виде $K^{\circ}_{\text{оп}}=\{T^{\circ}_{\text{оп}}, \overline{J}_{\text{оп}}\}$, $T^{\circ}_{\text{оп}}=\{t^{\circ}_i=t_i+\Delta t_i, i=\overline{1, p}\}$. Для нахождения p независимых переменных $T^{\circ}_{\text{оп}}=\{t^{\circ}_i, i=\overline{1, p}\}$ составим p уравнений:

$$F_i(T^{\circ}_{\text{оп}})=\dot{a}'_{\text{оп}}(t^{\circ}_i)A^{-1}(T^{\circ}_{\text{оп}}, \overline{J}_{\text{оп}})b(T_{\text{оп}})+\dot{a}_{\text{н}}(t^{\circ}_i)\overline{\varkappa}_{\text{н}}-\dot{b}(t^{\circ}_i)=0,\ i=\overline{1, p}. \quad (6)$$

Здесь $\dot{a}_{\text{оп}}(t)=(\dot{a}_j(t), j\in\overline{I}_{\text{оп}})$, $\dot{a}_{\text{н}}(t)=\dot{a}_j(t)$, $j\in\overline{J}_{\text{н}}$); $\dot{b}(t^{\circ}_i)=\dot{b}^*(t^{\circ}_i)$, если $\overline{u}(t_i)>0$; $\dot{b}(t^{\circ}_i)=\dot{b}_*(t^{\circ}_i)$, если $\overline{u}(t_i)<0$, $i=\overline{1, p}$.

Пусть $T^{\circ}_{\text{оп}}$ — решение уравнения (6). При достаточно малых $\mu_1>0$, $\mu_2>0$ псевдоплан $\varkappa^{\circ}=\overline{x}+\Delta\varkappa^{\circ}$, построенный по опоре $\{T^{\circ}_{\text{оп}}, \overline{J}_{\text{оп}}\}$, будет оптимальным планом задачи (1).

Если $d^2(a'(t)\varkappa^{\circ}-b(t))/dt^2|_{t=t^{\circ}_i}\neq 0$, $i=\overline{1, p}$, то матрица $(\partial F_i(T_{\text{оп}})/\partial T_{\text{оп}}, i=\overline{1, p})$ при $T_{\text{оп}}=T^{\circ}_{\text{оп}}$ имеет вид $\operatorname{diag}\{\ddot{a}(t^{\circ}_i)\varkappa^{\circ}-\ddot{b}(t^{\circ}_i), i=\overline{1, p}\}$, т. е. неособая. Поэтому уравнение (6) можно решать методом Ньютона, взяв в качестве начального приближения опору $\overline{T}_{\text{оп}}$.

7. Алгоритм решения задачи (1) описан для ситуации, когда наряду с математической моделью задачи известен начальный опорный план. Решение задачи (1) в других ситуациях, при которых начальная информация о задаче беднее перечисленной, получается приведенным алгоритмом после введения первой фазы задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования.— Минск, 1980.

УДК 517.948.32

И. Н. ЗАБЕЛЛО

О РАЗРЕШИМОСТИ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ЯДРОМ И ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В настоящей работе исследуется система интегральных уравнений с логарифмическим ядром

$$A\int_a^x\varphi(t)dt+B\int_x^b\varphi(t)dt+\frac{C}{\pi}\int_a^b\ln|x-t|\varphi(t)dt=f(x) \quad (1)$$

на конечном отрезке вещественной оси в случае, когда A, B, C постоянные матрицы размерности $(n\times n)$. Уравнения вида (1) $(n=1)$, имеющие обширные приложения, изучались в [1—3]. (Историю вопроса и библиографию смотрите, например, в [1]).

В данной работе устанавливаются необходимые и достаточные условия разрешимости системы уравнений (1) в случае, когда $\det(A-B)\neq 0$, матрица $(A-B)^{-1}C$ имеет простую структуру (матрица простой структуры с помощью некоторого невырожденного преобразования может быть приведена к диагональной форме) и выписывается единственное решение системы. Метод исследования состоит в сведении (1) к системе n сингулярных интегральных уравнений и примыкает к методам С. Г. Самко [2, 3]. При данных предположениях решение системы (1) имеет наиболее простой вид, а так как множество матриц простой структуры является всюду плотным во множестве всех матриц [4], то полученные результаты в ряде случаев могут быть использованы для приближенного решения систем вида (1).