# Анализ фононных мод и электронфононного взаимодействия в квантовокаскадных лазерных гетероструктурах

## Ан.А. Афоненко, А.А. Афоненко, Д.В. Ушаков

Белорусский государственный университет, пр. Независимости 4, Минск, 220030 Беларусь. \*afonenko@bsu.by

Проведено моделирование фононных мод квантово-каскадных гетероструктур на основе двойных и тройных полупроводниковых соединений. Рассчитаны зависимости частот фононных мод структуры от волнового вектора в плоскости слоев и от набега фазы на периоде сверхрешетки. Показано, что диапазон вариации энергий квантов фононных мод GaAs/Al<sub>0.15</sub>Ga<sub>0.85</sub>As структуры составляет ~ 1 мэВ. Учет зависимости матричных элементов электрон-фононного взаимодействия от волнового вектора и набега фазы может быть существенным при анализе характеристик ККЛ.

#### Введение

Распространенный дизайн квантово-каскадных структур терагерцового диапазона основан на быстром опустошении нижнего рабочего уровня за счет резонансного испускания продольных оптических фононов [1]. Информация о частотах оптических фононов и скоростей электрон-фононного рассеяния необходима для проектирования и оптимизации квантово-каскадных лазеров. Целью данной работы является анализ фононных мод в полупроводниковых сверхрешетках, в которых происходит смешение колебаний атомных решеток двойных и тройных соединений.

### Теоретическая модель

Пространственное распределение потенциала продольных колебаний  $\phi$  находилось из уравнения Максвелла для индукции электрического поля  $\vec{D}$ :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = -\vec{\nabla} \varepsilon (z, \omega) \vec{\nabla} \phi = 0.$$
 (1)

Спектральная зависимость диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\omega)$  находилась в модели Фрелиха:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{GaAs}}\left(\omega\right) &= \varepsilon_{\omega} \frac{\omega^{2} - \omega_{\text{LO}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\text{TO}}^{2}},\\ \varepsilon_{\text{AlGaAs}}\left(\omega\right) &= \varepsilon_{\omega} \frac{\omega^{2} - \omega_{\text{LOI}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\text{TOI}}^{2}} \frac{\omega^{2} - \omega_{\text{LO2}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\text{TOI}}^{2}}. \end{aligned}$$
(2)

Частоты собственных колебаний поперечных  $\omega_{TO}$  и продольных  $\omega_{LO}$  фононов в тройных соединениях  $Al_xGa_{1-x}As$  в зависимости от состава *x* соединения брались из работы [2]. Индексами 1 и 2 отмечены частоты AlAs- и GaAs-подобных колебаний кристаллической решетки. Отметим, что при *x* = 0 ча-

стоты 
$$\omega_{LO2}$$
 и  $\omega_{TO2}$  совпадают и  $\varepsilon_{GaAs}(\omega) \equiv \varepsilon_{AlGaAs}(\omega)$ .

Потенциал фононов, распространяющихся в плоскости слоев с волновым вектором q, в каждом слое n предоставлялся в виде

$$\varphi(x,z) = \left[A_n \exp(qz) + B_n \exp(-qz)\right] \exp(iqx) . (3)$$

На границах слоев спивались величины  $\varphi$  и  $\varepsilon d\varphi/dz$ . Использовались периодические граничные условия на одном каскаде структуры с дополнительным фазовым множителем:  $\varphi(x,L) = \exp(iq_z L)\varphi(x,0)$ , где L – период структуры,  $q_z$  – аналог *z*-компоненты волнового вектора.

Для частного случая  $q = q_z = 0$  собственные частоты фононных мод находятся из следующих уравнений:

$$\sum_{n} \varepsilon_{n}(\omega) d_{n} = 0, \qquad \sum_{n} \frac{d_{n}}{\varepsilon_{n}(\omega)} = 0, \qquad (4)$$

где  $d_n$  – толщины слоев, суммирование ведется по периоду структуры. Первое уравнение описывает моды с постоянной амплитудой  $\varphi(x,z) = \text{const}$ , а второе – моды с кусочно-постоянной производной  $d\varphi(x,z)/dz = \text{const}$ .

Для случая q = 0,  $q_z \neq 0$  собственные частоты фононных мод совпадают с частотами  $\omega_{\text{TO}}$  и  $\omega_{\text{LO}}$  всех полупроводниковых материалов структуры.

Нормировка фононных мод для расчета матричных элементов проводилась с использованием условия

$$\int \varepsilon_0 \frac{\partial (\omega \varepsilon)}{\partial \omega} \frac{\left(\vec{\nabla}\phi\right)^2}{2} dV = \hbar \omega .$$
(5)

#### Результаты расчетов

В расчетах анализировалась структура квантовокаскадного лазера GaAs/Al<sub>0.15</sub>Ga<sub>0.85</sub>As [3, 4]. Толщины барьерных слоев/квантовых ям составляли соответственно 5.7/**8.2**/3.1/7.1/4.2/16.1/3.4/9.6 нм, где GaAs КЯ выделены жирным шрифтом.

В анализируемой структуре выделяются три типа продольных фононных мод, которые соответствуют собственным колебаниям в исходных материалах GaAs и Al<sub>0.15</sub>Ga<sub>0.85</sub>As (рис. 1). Диапазон вариации энергий квантов фононных мод в зависимости от волнового вектора  $q_z$  составил 1.2 мэВ для AlAsподобных мод, 0.8 и 0.2 мэВ для GaAs-подобных мод. Дисперсия в зависимости от волнового вектора q оказалась приблизительно в два раза меньше.



**Рис.** 1. Зависимость энергии продольных оптических фононов  $\hbar \oplus$  от нормированного волнового вектора q ( $a_0$  – постоянная решетки кристалла) при различных набегах фаз  $q_z L = 0$ ,  $\pi/2$  и  $\pi$ :

1 – AIAs подобная мода, 2, 3 – GaAs подобные моды



**Рис. 2.** Нормированные матричные элементы электрон-фононного взаимодействия в зависимости от волнового вектора q для AIAs-подобных мод (a), GaAs-подобных мод (б, в) при различных набегах фаз  $q_z L = 0$ ,  $\pi/2$  и  $\pi$ 

На рис. 2 представлены матричные элементы электрон-фононного взаимодействия, которые нормированы на величину матричных элементов в объемном кристалле с усредненными диэлектрическими проницаемостями:



**Рис. 3.** Пространственное распределение потенциала фононных мод для q = 0,  $q_z = 0$  (1),  $q = 0.01 \cdot 2\pi/a_0$ ,  $q_z = 0$  (2) и  $q = 0.01 \cdot 2\pi/a_0$ ,  $q_z = \pi/L$  (3)

Для статистически значимых величин волнового вектора электрона  $q < \sqrt{2m_e kT}/\hbar \approx 0.02 \cdot 2\pi/a_0$  $(T = 300 \text{ K}, m_c = 0.067 m_e)$  зависимость матричных элементов от q и  $q_z$  является существенной. Это обстоятельство, а также отличие пространственных распределений потенциалов фононных мод от гармонических функций (рис. 3) может быть существенным при анализе генерационных характеристик квантово-каскадных лазеров терагерцового диапазона.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта БРФФИ № Ф18Р-107.

#### Литература

- B.S. Williams, H. Callebaut, S. Kumar *et al.* // Appl. Phys. Lett., V. 82, 1015 (2003).
- S.J. Adachi // Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III–V and II–VI Semiconductors. 2009.
- Д.В. Ушаков, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов *и др.* // Квантовая электроника, Т. 49, № 10, 913 (2019).
- R.A. Khabibullin, N.V. Shchavruk, D.S. Ponomarev et al. // Opto-electronics Review, V. 49, № 10, 913 (2019).