Справедливость данного утверждения следует из того, что ни одно из уравнений (10)–(12), (14) не входит в список [2] уравнений $\dddot{u} = P(t, u, \dot{u}, \ddot{u})$, где P — многочлен относительно u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$ с аналитическими по t коэффициентами, общие решения которых свободны от подвижных критических особых точек.

Следствие 1. *Ни одна из систем* (1)–(3), (5), (7), (8) *не является системой P–типа.*

Библиографические ссылки

1. *Zhang Fu, Heidel J.* Chaotic and nonchaotic behavior in three-dimensional quadratic systems: 5-1 dissipative cases // Int. Journal of Bifurcation and Chaos. 2012. Vol. 22. № 1. 1250010.
2. *Cosgrove C.M.* Chazy classes IX – XI of third-order differential equations // Stud. Appl. Math. 2001. Vol. 104. No. 3. P. 171–228.

О ПРИБЛИЖЕНИИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

О.Б. Цехан

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь
tsekhan@grsu.by

Рассматривается линейная стационарная сингулярно возмущенная система с запаздыванием:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{10}x(t) + A_{11}x(t-h) + A_2y(t),\ x \in \mathbb{R}^{n_1},\ y \in \mathbb{R}^{n_2}, \\ \mu\dot{y}(t) &= A_{30}x(t) + A_{31}x(t-h) + A_4y(t),\ t \in T = [0, t_1], \end{aligned} \tag{1}$$

$$x\,(0) = x_0,\ y_0(0) = y_0,\ x(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [-h, 0)\,. \tag{2}$$

Здесь A_{ij}, $i = 1, 3, j = 0, 1, A_k, k = 2, 4,$ — постоянные матрицы подходящих размеров; $h > 0$ — постоянное запаздывание; $x_0 \in \mathbb{R}^{n_1}$, $y_0 \in \mathbb{R}^{n_2}$, $\varphi(\theta)$ — непрерывная n_1–вектор-функция; μ — малый параметр, $\mu \in (0, \mu^0]$, $\mu^0 \ll 1$.

Пусть $p \triangleq \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, e^{-ph} — оператор запаздывания: $e^{-ph}v(t) = v(t-h)$. В результате замены переменных в системе (1) с помощью невырожденного преобразования $T(\mu, e^{-ph})$ [1, 2]

система (1) преобразуется в систему с разделенными движениями, которая для достаточно малых $\mu > 0$ асимптотически аппроксимируется с точностью $O(\mu^2)$ системой

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^1(t) &= A_{0\xi}(\mu)\xi^1(t) + A_{1\xi}(\mu)\xi^1(t-h) + A_{2\xi}(\mu)\xi^1(t-2h), \\ \mu\dot{\eta}^1(t) &= A_{0\eta}(\mu)\eta^1(t) + A_{1\eta}(\mu)\eta^1(t-h),\ \xi^1 \in \mathbb{R}^{n_1},\ \eta^1 \in \mathbb{R}^{n_2}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $A_{0\xi}(\mu) = A_{10} - A_2(L_0^0 + \mu L_0^1)$, $A_{1\xi}(\mu) = A_{11} - A_2(L_1^0 + \mu L_1^1)$, $A_{2\xi}(\mu) = \mu L_2^1$, $A_{0\eta}(\mu) = (A_4 + \mu L_0^0 A_2)$, $A_{1\eta}(\mu) = \mu L_1^0 A_2$, а матрицы L_j^i, H_j^i рекуррентно вычисляются через матрицы системы (1).

Теорема 1. *Если* $Re\lambda(A_4) < 0$, *то для достаточно малых* $\mu > 0$ *решение системы* (1), (2) *аппроксимируется для любых* $t > 0$

$$\begin{aligned} &x(t) = \xi^1(t) + \mu H_0^0\eta^1(t) + O(\mu^2), \\ &y(t) = (E_{n_2} - \mu L_0^0 H_0^0)\eta^1(\tfrac{t}{\mu}) - \mu L_1^0 H_0^0 \eta^1(\tfrac{t-h}{\mu}) - (L_0^0 + \mu L_0^1)\xi^1(t) + \\ &+(L_1^0 + \mu L_1^1)\xi^1(t-h) - \mu L_2^1 \xi^1(t-2h) + O(\mu^2), \end{aligned}$$

где $\xi^1(t), \eta^1(t)$ *– решения системы* (3) *с начальными условиями*

$$\begin{aligned} &\xi^1(0) = x_0 - \mu H_0^0(y_0 + L_0^0 x_0 + L_1^0\phi(-h)), \\ &\xi^1(\theta) = \phi(\theta) - \mu H_0^0(\psi(\theta) + L_0^0\phi(\theta) + L_1^0\phi(\theta - h)),\ \theta \in [-2h, 0), \\ &\eta(0) = y_0 + (L_0^0 + \mu L_0^1)x_0 + (L_1^0 + \mu L_1^1)\phi(-h) - \mu L_2^1\phi(-2h), \\ &\eta(\theta) = \psi(\theta) + (L_0^0 + \mu L_0^1)\phi(t) + (L_1^0 + \mu L_1^1)\phi^1(t-h),\ \theta \in [-h, 0), \end{aligned}$$

а $\phi(\theta)$, $\theta \in [-h, 0)$, $\psi(\theta)$, $\theta \in [-3h, 0)$ *удовлетворяют системе*

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(\theta) &= A_{10}\phi(\theta) + A_{11}\phi(\theta - h) + A_2\psi(\theta), \\ \mu\dot{\psi}(t) &= A_{30}\phi(\theta) + A_{31}\phi(\theta - h) + A_4\psi(\theta),\ \theta \in [-2h, 0). \end{aligned}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы проводится по схеме доказательства теоремы 5.2 [3] с использованием метода шагов решения дифференциальных уравнений с запаздыванием. В частном случае, при отсутствии в (1) членов с запаздыванием, утверждение теоремы совпадает с теоремой 5.2 [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция-2025”, код задания 1.2.04.4.

Библиографические ссылки

1. *Цехан О.Б.* Расщепляющее преобразование для линейной стационарной сингулярно возмущенной системы с запаздыванием и его применение к анализу и управлению спектром // Веснік ГрДУ імя Янкі Купалы. Сер 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2017. Т. 7. № 1. С. 50–61.
2. *Tsekhan O.B.* Complete controllability conditions for linear singularly perturbed time-invariant systems with multiple delays via Chang-type transformation // Axioms. 2019. Vol. 8. No 71. P. 1–19.
3. *Kokotovic P.V., Khalil H.K., O'Reilly J.* Singular Perturbations Methods in Control: Analysis and Design. NY: Academic Press, 1999.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА СБЛИЖЕНИЯ-УКЛОНЕНИЯ: ПРОБЛЕМА РЕЛАКСАЦИИ И КОНСТРУКЦИИ МЕТОДА ПРОГРАММНЫХ ИТЕРАЦИЙ

А.Г. Ченцов

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия
chentsov@imm.uran.ru

Рассматривается нелинейная дифференциальная игра (ДИ) сближения-уклонения на конечном промежутке времени; для данной игры Н.Н. Красовским и А.И. Субботиным была установлена фундаментальная теорема об альтернативе (см. [1, 2]), на основе которой для типичных функционалов качества были получены [2] утверждения о существовании седловой точки в соответствующих классах позиционных стратегий. В упомянутой ДИ предполагались заданными два замкнутых множества в пространстве позиций: целевое множество (ЦМ) и множество, определяющее фазовые ограничения (ФО). На основе конструкций метода программных итераций (МПИ) [3–5] удалось установить [6] свойство альтернативной разрешимости ДИ сближения-уклонения в случае, когда множество, определяющее ФО, может быть незамкнутым, но имеет замкнутые сечения (при этом требуется некоторая коррекция классов стратегий); в связи с работами по МПИ отметим [7, 8]. Данный случай ДИ рассматривается в докладе.

Исследуются релаксации игровой задачи сближения: исходная пара множеств — параметров игры — заменяется окрестностями, определяемыми по-разному, что отвечает топологиям пространства позиций,